1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 4 > 2$ $\quad(\mathbf{1,\ 2})$

b) $\log_x 4 > -2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

c) $\log_x 4 < 1/2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{16,\ +\infty})$

d) $\log_x 4 < -1/2$ $\quad(\mathbf{1/16,\ 1})$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b)=\frac{1}{\pi}\cdot\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+1}$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C\left(\sqrt{3},+\infty\right)=\mathbf{1/6}$

b) $C\left(1/\sqrt{3},\sqrt{3}\right)=\mathbf{1/6}$

c) $C\left(-\sqrt{3},1\right)=\mathbf{7/12}$

d) $C(-\infty,0)=\mathbf{1/2}$

3. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $f(1)=10$, $\quad f(4)=70$, $\quad c=\mathbf{20}$

b) $f(0)=0$, $\quad f(2)=60$, $\quad c=\mathbf{30}$

c) $f(3)=30$, $\quad f(8)=90$, $\quad c=\mathbf{12}$

d) $f(2)=20$, $\quad f(6)=80$, $\quad c=\mathbf{15}$

4. Dla funkcji $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem podać jej najmniejszą wartość.

a) $f(x,y)=x^2+y^2+14x+2y,\quad \mathbf{-50}$

b) $f(x,y)=x^2+y^2-10x,\quad \mathbf{-25}$

c) $f(x,y)=x^2+y^2-6x+8y,\quad \mathbf{-25}$

d) $f(x,y)=x^2+y^2+10x-10y,\quad \mathbf{-50}$

5. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^3\cdot x^n}{(2n)!\cdot n^n},\quad R=\mathbf{4e}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^n}{(3n)!\cdot n^n},\quad R=\mathbf{27e}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{2n}}{(2n)!\cdot n^{2n}},\quad R=\mathbf{2e}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^6\cdot x^{3n}}{(3n)!\cdot n^{3n}},\quad R=\mathbf{3e}$

6. Dla podanych liczb zespolonych z_1, z_2 oraz z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_1=3+2i\,,\ \ z_2=23+2i\,,\ \ z_3=23+6i\,,\quad z=\mathbf{13+4i}$

b) $z_1=2+i\,,\ \ z_2=10+i\,,\ \ z_3=10+7i\,,\quad z=\mathbf{6+4i}$

c) $z_1=2+3i\,,\ \ z_2=4+3i\,,\ \ z_3=4+5i\,,\quad z=\mathbf{3+4i}$

d) $z_1=1+i\,,\ \ z_2=5+i\,,\ \ z_3=5+3i\,,\quad z=\mathbf{3+2i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **−1, 3, 4, 6, 8**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 1, 5, 6, 8**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 4, 5, 9**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 3, 7, 8**

8. Jeżeli każdy wyraz macierzy $n \times n$ przemnożymy przez 2, to wyznacznik tej macierzy przemnoży się przez C. Dla podanej liczby n podać taką liczbę C, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n=5$, $C=\mathbf{32}$

b) $n=4$, $C=\mathbf{16}$

c) $n=3$, $C=\mathbf{8}$

d) $n=2$, $C=\mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 2 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=32$, **33** **b)** $n=27$, **27**

c) $n=25$, **25** **d)** $n=30$, **31**

10. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie permutacji S_5.

a) $r=6$, **20** **b)** $r=5$, **24**

c) $r=2$, **25** **d)** $r=3$, **20**

11. Na szachownicy o wymiarach $n \times n$ umieszczamy losowo dwie wieże (na różnych polach). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wieże nie biją się (czyli nie stoją w tym samym wierszu, ani w tej samej kolumnie). Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/3}$ **b)** $P(2)=\mathbf{1/3}$

c) $P(3)=\mathbf{1/2}$ **d)** $P(4)=\mathbf{3/5}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A i B są niezależne.

a) $P(A)=2/3$, $P(B)=2/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

b) $P(A)=1/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{1/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{3/8}$

c) $P(A)=3/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{3/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{1/8}$

d) $P(A)=1/3$, $P(B)=1/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 4 < 1/2$ $\quad \mathbf{(0,\, 1) \cup (16,\, +\infty)}$

b) $\log_x 4 > -2$ $\quad \mathbf{(0,\, 1/2) \cup (1,\, +\infty)}$

c) $\log_x 4 > 2$ $\quad \mathbf{(1,\, 2)}$

d) $\log_x 4 < -1/2$ $\quad \mathbf{(1/16,\, 1)}$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b) = \frac{1}{\pi} \cdot \int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+1}$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(-\infty, 0) = \mathbf{1/2}$ **b)** $C\left(-\sqrt{3}, 1\right) = \mathbf{7/12}$

c) $C\left(\sqrt{3}, +\infty\right) = \mathbf{1/6}$ **d)** $C\left(1/\sqrt{3}, \sqrt{3}\right) = \mathbf{1/6}$

3. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x) = c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $f(3) = 30, \quad f(8) = 90, \quad c = \mathbf{12}$

b) $f(1) = 10, \quad f(4) = 70, \quad c = \mathbf{20}$

c) $f(0) = 0, \quad f(2) = 60, \quad c = \mathbf{30}$

d) $f(2) = 20, \quad f(6) = 80, \quad c = \mathbf{15}$

4. Dla funkcji $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem podać jej najmniejszą wartość.

a) $f(x,y)=x^2+y^2+14x+2y,\quad \mathbf{-50}$

b) $f(x,y)=x^2+y^2+10x-10y,\quad \mathbf{-50}$

c) $f(x,y)=x^2+y^2-6x+8y,\quad \mathbf{-25}$

d) $f(x,y)=x^2+y^2-10x,\quad \mathbf{-25}$

5. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^6\cdot x^{3n}}{(3n)!\cdot n^{3n}},\quad R=\mathbf{3e}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{n}}{(3n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{27e}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{2n}}{(2n)!\cdot n^{2n}},\quad R=\mathbf{2e}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^3\cdot x^{n}}{(2n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{4e}$

6. Dla podanych liczb zespolonych z_1, z_2 oraz z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_1=2+i\,,\ z_2=10+i\,,\ z_3=10+7i\,,\quad z=\mathbf{6+4i}$

b) $z_1=1+i\,,\ z_2=5+i\,,\ z_3=5+3i\,,\quad z=\mathbf{3+2i}$

c) $z_1=3+2i\,,\ z_2=23+2i\,,\ z_3=23+6i\,,\quad z=\mathbf{13+4i}$

d) $z_1=2+3i\,,\ z_2=4+3i\,,\ z_3=4+5i\,,\quad z=\mathbf{3+4i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **−1, 3, 4, 6, 8**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 1, 5, 6, 8**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 3, 7, 8**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 4, 5, 9**

8. Jeżeli każdy wyraz macierzy $n \times n$ przemnożymy przez 2, to wyznacznik tej macierzy przemnoży się przez C. Dla podanej liczby n podać taką liczbę C, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n=2$, $C=\mathbf{4}$

b) $n=4$, $C=\mathbf{16}$

c) $n=3$, $C=\mathbf{8}$

d) $n=5$, $C=\mathbf{32}$

9. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 2 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=27$, **27** **b)** $n=30$, **31**

c) $n=25$, **25** **d)** $n=32$, **33**

10. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie permutacji S_5.

a) $r=3$, **20** **b)** $r=6$, **20**

c) $r=5$, **24** **d)** $r=2$, **25**

11. Na szachownicy o wymiarach $n\times n$ umieszczamy losowo dwie wieże (na różnych polach). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wieże nie biją się (czyli nie stoją w tym samym wierszu, ani w tej samej kolumnie). Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(4)=\mathbf{3/5}$ **b)** $P(5)=\mathbf{2/3}$

c) $P(3)=\mathbf{1/2}$ **d)** $P(2)=\mathbf{1/3}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A i B są niezależne.

a) $P(A)=2/3$, $P(B)=2/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

b) $P(A)=1/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{1/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{3/8}$

c) $P(A)=1/3$, $P(B)=1/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

d) $P(A)=3/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{3/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{1/8}$

1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 4 < 1/2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{16,\ +\infty})$

b) $\log_x 4 > 2$ $\quad(\mathbf{1,\ 2})$

c) $\log_x 4 < -1/2$ $\quad(\mathbf{1/16,\ 1})$

d) $\log_x 4 > -2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b)=\frac{1}{\pi}\cdot\int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+1}$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C\left(\sqrt{3},+\infty\right)=\mathbf{1/6}$ **b)** $C\left(-\sqrt{3},1\right)=\mathbf{7/12}$

c) $C(-\infty,0)=\mathbf{1/2}$ **d)** $C\left(1/\sqrt{3},\sqrt{3}\right)=\mathbf{1/6}$

3. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $f(0)=0,\quad f(2)=60,\quad c=\mathbf{30}$

b) $f(1)=10,\quad f(4)=70,\quad c=\mathbf{20}$

c) $f(3)=30,\quad f(8)=90,\quad c=\mathbf{12}$

d) $f(2)=20,\quad f(6)=80,\quad c=\mathbf{15}$

4. Dla funkcji $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem podać jej najmniejszą wartość.

a) $f(x,y)=x^2+y^2+14x+2y,\quad \mathbf{-50}$

b) $f(x,y)=x^2+y^2-6x+8y,\quad \mathbf{-25}$

c) $f(x,y)=x^2+y^2+10x-10y,\quad \mathbf{-50}$

d) $f(x,y)=x^2+y^2-10x,\quad \mathbf{-25}$

5. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{2n}}{(2n)!\cdot n^{2n}},\quad R=\mathbf{2e}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^3\cdot x^{n}}{(2n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{4e}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^6\cdot x^{3n}}{(3n)!\cdot n^{3n}},\quad R=\mathbf{3e}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{n}}{(3n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{27e}$

6. Dla podanych liczb zespolonych z_1, z_2 oraz z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_1=2+i\,,\ z_2=10+i\,,\ z_3=10+7i\,,\quad z=\mathbf{6+4i}$

b) $z_1=1+i\,,\ z_2=5+i\,,\ z_3=5+3i\,,\quad z=\mathbf{3+2i}$

c) $z_1=3+2i\,,\ z_2=23+2i\,,\ z_3=23+6i\,,\quad z=\mathbf{13+4i}$

d) $z_1=2+3i\,,\ z_2=4+3i\,,\ z_3=4+5i\,,\quad z=\mathbf{3+4i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 1, 5, 6, 8**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 3, 7, 8**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **–1, 3, 4, 6, 8**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 4, 5, 9**

8. Jeżeli każdy wyraz macierzy $n\times n$ przemnożymy przez 2, to wyznacznik tej macierzy przemnoży się przez C. Dla podanej liczby n podać taką liczbę C, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n=5$, $C=\mathbf{32}$

b) $n=4$, $C=\mathbf{16}$

c) $n=3$, $C=\mathbf{8}$

d) $n=2$, $C=\mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 2 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=27$, **27**

b) $n=32$, **33**

c) $n=25$, **25**

d) $n=30$, **31**

10. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie permutacji S_5.

a) $r=2$, **25**

b) $r=6$, **20**

c) $r=5$, **24**

d) $r=3$, **20**

11. Na szachownicy o wymiarach $n\times n$ umieszczamy losowo dwie wieże (na różnych polach). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wieże nie biją się (czyli nie stoją w tym samym wierszu, ani w tej samej kolumnie). Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/3}$

b) $P(3)=\mathbf{1/2}$

c) $P(2)=\mathbf{1/3}$

d) $P(4)=\mathbf{3/5}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A i B są niezależne.

a) $P(A)=1/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{1/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{3/8}$

b) $P(A)=3/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{3/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{1/8}$

c) $P(A)=1/3$, $P(B)=1/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

d) $P(A)=2/3$, $P(B)=2/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

1. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 4 > 2$ $(\mathbf{1,\ 2})$

b) $\log_x 4 < -1/2$ $(\mathbf{1/16,\ 1})$

c) $\log_x 4 > -2$ $(\mathbf{0,\ 1/2}) \cup (\mathbf{1,\ +\infty})$

d) $\log_x 4 < 1/2$ $(\mathbf{0,\ 1}) \cup (\mathbf{16,\ +\infty})$

2. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem $C(a,b) = \frac{1}{\pi} \cdot \int\limits_a^b \frac{dx}{x^2+1}$.
Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C\left(\sqrt{3}, +\infty\right) = \mathbf{1/6}$

b) $C(-\infty, 0) = \mathbf{1/2}$

c) $C\left(1/\sqrt{3}, \sqrt{3}\right) = \mathbf{1/6}$

d) $C\left(-\sqrt{3}, 1\right) = \mathbf{7/12}$

3. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ spełniającej podane warunki istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x) = c$.
Dla podanych warunków wskazać taką liczbę rzeczywistą c, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $f(3) = 30$, $f(8) = 90$, $c = \mathbf{12}$

b) $f(1) = 10$, $f(4) = 70$, $c = \mathbf{20}$

c) $f(2) = 20$, $f(6) = 80$, $c = \mathbf{15}$

d) $f(0) = 0$, $f(2) = 60$, $c = \mathbf{30}$

4. Dla funkcji $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem podać jej najmniejszą wartość.

a) $f(x,y)=x^2+y^2+14x+2y,\quad \mathbf{-50}$

b) $f(x,y)=x^2+y^2+10x-10y,\quad \mathbf{-50}$

c) $f(x,y)=x^2+y^2-10x,\quad \mathbf{-25}$

d) $f(x,y)=x^2+y^2-6x+8y,\quad \mathbf{-25}$

5. Podać promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{2n}}{(2n)!\cdot n^{2n}},\quad R=\mathbf{2e}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^3\cdot x^{n}}{(2n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{4e}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^4\cdot x^{n}}{(3n)!\cdot n^{n}},\quad R=\mathbf{27e}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^6\cdot x^{3n}}{(3n)!\cdot n^{3n}},\quad R=\mathbf{3e}$

6. Dla podanych liczb zespolonych z_1, z_2 oraz z_3 podać taką liczbę zespoloną z, aby $|z-z_1|=|z-z_2|=|z-z_3|$.

a) $z_1=2+i\,,\ z_2=10+i\,,\ z_3=10+7i\,,\quad z=\mathbf{6+4i}$

b) $z_1=1+i\,,\ z_2=5+i\,,\ z_3=5+3i\,,\quad z=\mathbf{3+2i}$

c) $z_1=3+2i\,,\ z_2=23+2i\,,\ z_3=23+6i\,,\quad z=\mathbf{13+4i}$

d) $z_1=2+3i\,,\ z_2=4+3i\,,\ z_3=4+5i\,,\quad z=\mathbf{3+4i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 4, 5, 9**

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 1, 5, 6, 8**

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **0, 2, 3, 7, 8**

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ **–1, 3, 4, 6, 8**

8. Jeżeli każdy wyraz macierzy $n \times n$ przemnożymy przez 2, to wyznacznik tej macierzy przemnoży się przez C. Dla podanej liczby n podać taką liczbę C, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n=5$, $C=\mathbf{32}$

b) $n=4$, $C=\mathbf{16}$

c) $n=3$, $C=\mathbf{8}$

d) $n=2$, $C=\mathbf{4}$

9. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu 2 w grupie izometrii n-kąta foremnego.

a) $n=32$, **33** **b)** $n=25$, **25**

c) $n=27$, **27** **d)** $n=30$, **31**

10. Dla podanej liczby r podać liczbę elementów rzędu r w grupie permutacji S_5.

a) $r=3$, **20** **b)** $r=2$, **25**

c) $r=6$, **20** **d)** $r=5$, **24**

11. Na szachownicy o wymiarach $n\times n$ umieszczamy losowo dwie wieże (na różnych polach). Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że wieże nie biją się (czyli nie stoją w tym samym wierszu, ani w tej samej kolumnie). Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(5)=\mathbf{2/3}$ **b)** $P(4)=\mathbf{3/5}$

c) $P(2)=\mathbf{1/3}$ **d)** $P(3)=\mathbf{1/2}$

12. Uzupełnić podane prawdopodobieństwa wiedząc, że zdarzenia losowe A i B są niezależne.

a) $P(A)=3/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{3/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{1/8}$

b) $P(A)=1/4$, $P(B)=1/2$, $P(A\setminus B)=\mathbf{1/8}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{3/8}$

c) $P(A)=2/3$, $P(B)=2/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$

d) $P(A)=1/3$, $P(B)=1/3$, $P(A\setminus B)=\mathbf{2/9}$, $P(B\setminus A)=\mathbf{2/9}$