1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^2}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,1)=\mathbf{1/4}$ **b)** $C(1,3)=\mathbf{1/5}$

c) $C(2,3)=\mathbf{1/20}$ **d)** $C(0,2)=\mathbf{2/5}$

2. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{m}{n}: m,n\in\mathbb{N} \wedge 4^n\cdot n^m<m^m<27^n\cdot n^m\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\sup Z=\mathbf{3}$

b) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^{n^2}<3^{m^2}<81^{n^2}\right\}$

$\inf Z=\boldsymbol{\sqrt{2}}$ $\sup Z=\mathbf{2}$

c) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^n<3^m<81^n\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\sup Z=\mathbf{4}$

d) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9n^2<m^2<81n^2\right\}$

$\inf Z=\mathbf{3}$ $\sup Z=\mathbf{9}$

3. Podać sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{3}-\sqrt[n+1]{3}\right)=\mathbf{2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{2}-\sqrt[n+1]{2}\right)=\mathbf{1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{9}-\sqrt[n+2]{9}\right)=\mathbf{10}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{4}-\sqrt[n+2]{4}\right)=\mathbf{4}$

4. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 64<-6$ $\quad(\mathbf{1/2,\ 1})$

b) $\log_x 64>3$ $\quad(\mathbf{1,\ 4})$

c) $\log_x 64>-1$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/64})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

d) $\log_x 64<2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{8,\ +\infty})$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+2xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{1,\ +\infty}\right)$

b) $x^2+6xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{9,\ +\infty}\right)$

c) $x^2+4xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{4,\ +\infty}\right)$

d) $x^2+8xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{16,\ +\infty}\right)$

6. Niech $z=1-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^{10}=\mathbf{-32\cdot i}$

b) $z^9=\mathbf{16-16\cdot i}$

c) $z^7=\mathbf{8+8\cdot i}$

d) $z^8=\mathbf{16}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$ **4, 5**

b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 18 & 9 \end{pmatrix}$ **3, 6**

c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$ **1, 8**

d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 14 & 9 \end{pmatrix}$ **2, 7**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & 13 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{19}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 11 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{16}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & p \end{pmatrix}, \quad p = \mathbf{8}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p = 19$, **13**

b) $p = 13$, **9**

c) $p = 11$, **4**

d) $p = 17$, **6**

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu n w grupie permutacji S_n.

a) $n=7$, $\mathbf{720=6!}$ b) $n=5$, $\mathbf{24}$

c) $n=3$, $\mathbf{2}$ d) $n=4$, $\mathbf{6}$

11. Rzucamy czterema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego lub w postaci ułamka o mianowniku $6^4=1296$:

a) $P(21)=\mathbf{20/1296=5/324}$ b) $P(24)=\mathbf{1/1296}$

c) $P(23)=\mathbf{4/1296=1/324}$ d) $P(22)=\mathbf{10/1296=5/648}$

12. Mamy 4 kule z kolejnymi numerami 1, 2, 3, 4 oraz dwie urny. Do jednej urny wkładamy kulę z numerem n, a do drugiej pozostałe 3 kule. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby napisanej na wylosowanej kuli. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(2)=\mathbf{7/3=2\frac{1}{3}}$ b) $E(3)=\mathbf{8/3=2\frac{2}{3}}$

c) $E(4)=\mathbf{3}$ d) $E(1)=\mathbf{2}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^2}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,3)=\mathbf{1/20}$

b) $C(1,3)=\mathbf{1/5}$

c) $C(0,1)=\mathbf{1/4}$

d) $C(0,2)=\mathbf{2/5}$

2. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9n^2<m^2<81n^2\right\}$

$\inf Z=\mathbf{3}$ $\quad\sup Z=\mathbf{9}$

b) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^n<3^m<81^n\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\quad\sup Z=\mathbf{4}$

c) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\wedge 4^n\cdot n^m<m^m<27^n\cdot n^m\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\quad\sup Z=\mathbf{3}$

d) $Z=\left\{\frac{m}{n}:\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^{n^2}<3^{m^2}<81^{n^2}\right\}$

$\inf Z=\boldsymbol{\sqrt{2}}$ $\quad\sup Z=\mathbf{2}$

3. Podać sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{9}-\sqrt[n+2]{9}\right)=\mathbf{10}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{3}-\sqrt[n+1]{3}\right)=\mathbf{2}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{2}-\sqrt[n+1]{2}\right)=\mathbf{1}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{4}-\sqrt[n+2]{4}\right)=\mathbf{4}$

4. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 64 < -6$ $\quad(\mathbf{1/2,\ 1})$

b) $\log_x 64 < 2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{8,\ +\infty})$

c) $\log_x 64 > -1$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/64})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

d) $\log_x 64 > 3$ $\quad(\mathbf{1,\ 4})$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+8xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{16,\ +\infty}\right)$

b) $x^2+6xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{9,\ +\infty}\right)$

c) $x^2+4xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{4,\ +\infty}\right)$

d) $x^2+2xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{1,\ +\infty}\right)$

6. Niech $z=1-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^9=\mathbf{16-16\cdot i}$

b) $z^8=\mathbf{16}$

c) $z^{10}=\mathbf{-32\cdot i}$

d) $z^7=\mathbf{8+8\cdot i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$ **4, 5**

b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 18 & 9 \end{pmatrix}$ **3, 6**

c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 14 & 9 \end{pmatrix}$ **2, 7**

d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$ **1, 8**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{8}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 11 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{16}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & 13 & p \end{pmatrix}$, $p=\mathbf{19}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p=13$, **9**

b) $p=17$, **6**

c) $p=11$, **4**

d) $p=19$, **13**

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu n w grupie permutacji S_n.

a) $n=4$, **6**

b) $n=7$, $\mathbf{720}=\mathbf{6}!$

c) $n=5$, **24**

d) $n=3$, **2**

11. Rzucamy czterema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego lub w postaci ułamka o mianowniku $6^4=1296$:

a) $P(22)=\mathbf{10/1296=5/648}$

b) $P(21)=\mathbf{20/1296=5/324}$

c) $P(23)=\mathbf{4/1296=1/324}$

d) $P(24)=\mathbf{1/1296}$

12. Mamy 4 kule z kolejnymi numerami 1, 2, 3, 4 oraz dwie urny. Do jednej urny wkładamy kulę z numerem n, a do drugiej pozostałe 3 kule. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby napisanej na wylosowanej kuli. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(2)=\mathbf{7/3=2\frac{1}{3}}$

b) $E(3)=\mathbf{8/3=2\frac{2}{3}}$

c) $E(1)=\mathbf{2}$

d) $E(4)=\mathbf{3}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{(x^2+1)^2}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2,3)=\mathbf{1/20}$ **b)** $C(0,1)=\mathbf{1/4}$

c) $C(0,2)=\mathbf{2/5}$ **d)** $C(1,3)=\mathbf{1/5}$

2. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{m}{n} : m,n\in\mathbb{N} \wedge 4^n\cdot n^m<m^m<27^n\cdot n^m\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\sup Z=\mathbf{3}$

b) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^n<3^m<81^n\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\sup Z=\mathbf{4}$

c) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9n^2<m^2<81n^2\right\}$

$\inf Z=\mathbf{3}$ $\sup Z=\mathbf{9}$

d) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \wedge\ 9^{n^2}<3^{m^2}<81^{n^2}\right\}$

$\inf Z=\boldsymbol{\sqrt{2}}$ $\sup Z=\mathbf{2}$

3. Podać sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{2}-\sqrt[n+1]{2}\right)=\mathbf{1}$ **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{3}-\sqrt[n+1]{3}\right)=\mathbf{2}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{9}-\sqrt[n+2]{9}\right)=\mathbf{10}$ **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{4}-\sqrt[n+2]{4}\right)=\mathbf{4}$

4. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 64<-6$ $\quad(\mathbf{1/2,\ 1})$

b) $\log_x 64>-1$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/64})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

c) $\log_x 64<2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{8,\ +\infty})$

d) $\log_x 64>3$ $\quad(\mathbf{1,\ 4})$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+4xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{4,\ +\infty}\right)$

b) $x^2+2xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{1,\ +\infty}\right)$

c) $x^2+8xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{16,\ +\infty}\right)$

d) $x^2+6xy+py^2,$ $\quad\left[\mathbf{9,\ +\infty}\right)$

6. Niech $z=1-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^9=\mathbf{16-16\cdot i}$ **b)** $z^8=\mathbf{16}$

c) $z^{10}=\mathbf{-32\cdot i}$ **d)** $z^7=\mathbf{8+8\cdot i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 18 & 9 \end{pmatrix}$ **3, 6**

b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 14 & 9 \end{pmatrix}$ **2, 7**

c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$ **4, 5**

d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$ **1, 8**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & 13 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{19}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 11 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{16}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{8}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p = 13$, **9**

b) $p = 19$, **13**

c) $p = 11$, **4**

d) $p = 17$, **6**

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu n w grupie permutacji S_n.

a) $n=3$, $\mathbf{2}$ **b)** $n=7$, $\mathbf{720=6!}$

c) $n=5$, $\mathbf{24}$ **d)** $n=4$, $\mathbf{6}$

11. Rzucamy czterema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego lub w postaci ułamka o mianowniku $6^4=1296$:

a) $P(21)=\mathbf{20/1296=5/324}$ **b)** $P(23)=\mathbf{4/1296=1/324}$

c) $P(24)=\mathbf{1/1296}$ **d)** $P(22)=\mathbf{10/1296=5/648}$

12. Mamy 4 kule z kolejnymi numerami 1, 2, 3, 4 oraz dwie urny. Do jednej urny wkładamy kulę z numerem n, a do drugiej pozostałe 3 kule. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby napisanej na wylosowanej kuli. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(3)=\mathbf{8/3=2\frac{2}{3}}$ **b)** $E(4)=\mathbf{3}$

c) $E(1)=\mathbf{2}$ **d)** $E(2)=\mathbf{7/3=2\frac{1}{3}}$

1. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{x\,dx}{\left(x^2+1\right)^2}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,1)=\mathbf{1/4}$

b) $C(0,2)=\mathbf{2/5}$

c) $C(1,3)=\mathbf{1/5}$

d) $C(2,3)=\mathbf{1/20}$

2. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{m}{n} : m,n\in\mathbb{N} \land 4^n\cdot n^m<m^m<27^n\cdot n^m\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\quad\sup Z=\mathbf{3}$

b) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \land\ 9n^2<m^2<81n^2\right\}$

$\inf Z=\mathbf{3}$ $\qquad\sup Z=\mathbf{9}$

c) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \land\ 9^{n^2}<3^{m^2}<81^{n^2}\right\}$

$\inf Z=\boldsymbol{\sqrt{2}}$ $\qquad\sup Z=\mathbf{2}$

d) $Z=\left\{\frac{m}{n} :\ m,n\in\mathbb{N}\ \land\ 9^n<3^m<81^n\right\}$

$\inf Z=\mathbf{2}$ $\qquad\sup Z=\mathbf{4}$

3. Podać sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{9}-\sqrt[n+2]{9}\right)=\mathbf{10}$ **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{3}-\sqrt[n+1]{3}\right)=\mathbf{2}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{4}-\sqrt[n+2]{4}\right)=\mathbf{4}$ **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{2}-\sqrt[n+1]{2}\right)=\mathbf{1}$

4. Podać zbiór rozwiązań nierówności.

a) $\log_x 64<-6$ $\quad(\mathbf{1/2,\ 1})$

b) $\log_x 64<2$ $\quad(\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{8,\ +\infty})$

c) $\log_x 64>3$ $\quad(\mathbf{1,\ 4})$

d) $\log_x 64>-1$ $\quad(\mathbf{0,\ 1/64})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

5. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p, dla których podane wyrażenie przyjmuje tylko wartości nieujemne przy $x,y\in\mathbb{R}$. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $x^2+4xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{4,\ +\infty}\right)$

b) $x^2+2xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{1,\ +\infty}\right)$

c) $x^2+6xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{9,\ +\infty}\right)$

d) $x^2+8xy+py^2$, $\quad\left[\mathbf{16,\ +\infty}\right)$

6. Niech $z=1-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^9=\mathbf{16-16\cdot i}$ **b)** $z^8=\mathbf{16}$

c) $z^{10}=\mathbf{-32\cdot i}$ **d)** $z^7=\mathbf{8+8\cdot i}$

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$ **1, 8**

b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 18 & 9 \end{pmatrix}$ **3, 6**

c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 14 & 9 \end{pmatrix}$ **2, 7**

d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$ **4, 5**

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & 13 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{19}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 11 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{16}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{11}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & p \end{pmatrix}$, $p = \mathbf{8}$

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 3.

a) $p = 19$, **13**

b) $p = 11$, **4**

c) $p = 13$, **9**

d) $p = 17$, **6**

10. Dla podanej liczby n podać liczbę elementów rzędu n w grupie permutacji S_n.

a) $n=4$, $\mathbf{6}$

b) $n=3$, $\mathbf{2}$

c) $n=7$, $\mathbf{720=6!}$

d) $n=5$, $\mathbf{24}$

11. Rzucamy czterema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego lub w postaci ułamka o mianowniku $6^4=1296$:

a) $P(21)=\mathbf{20/1296=5/324}$

b) $P(22)=\mathbf{10/1296=5/648}$

c) $P(24)=\mathbf{1/1296}$

d) $P(23)=\mathbf{4/1296=1/324}$

12. Mamy 4 kule z kolejnymi numerami 1, 2, 3, 4 oraz dwie urny. Do jednej urny wkładamy kulę z numerem n, a do drugiej pozostałe 3 kule. Wybieramy losowo urnę, a następnie losujemy kulę z wybranej urny. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby napisanej na wylosowanej kuli. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(4)=\mathbf{3}$

b) $E(3)=\mathbf{8/3=2\frac{2}{3}}$

c) $E(2)=\mathbf{7/3=2\frac{1}{3}}$

d) $E(1)=\mathbf{2}$