1. Podać w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których podany szereg jest zbieżny. Bardzo starannie pisać nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_2 x)^n$, ... **b)** $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_3 x)^n$, ...

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_2\log_4 x)^n$, ... **d)** $\sum_{n=1}^{\infty}(\log_4\log_2 x)^n$, ...

2. Podać wartość granicy ciągu dla tak dobranej liczby k, aby granica ta była dodatnia i skończona. Podać także wybraną liczbę k.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[5]{n^5+n}-n\right)=$ .... dla $k=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[4]{n^4+n}-n\right)=$ .... dla $k=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt[3]{n^3+n}-n\right)=$ .... dla $k=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n^k\cdot\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=$ .... dla $k=$ ....

3. Podać kresy zbioru Z, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$.

a) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-30}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=$ .... $\sup Z=$ ....

b) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-20}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=$ .... $\sup Z=$ ....

c) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-50}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=$ .... $\sup Z=$ ....

d) $Z=\left\{\frac{1}{2^n-40}:\ n\in\mathbb{N}\right\}$ $\inf Z=$ .... $\sup Z=$ ....

4. Niech $C(a,b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{\sqrt{24x+1}}\,.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0,2)=$ .... **b)** $C(0,1)=$ ....

c) $C(1,5)=$ .... **d)** $C(2,5)=$ ....

5. Podać największą wartość funkcji f na okręgu o równaniu $x^2+y^2=2$.

a) $f(x,y)=x+y$, ...

b) $f(x,y)=x+5y$, ...

c) $f(x,y)=x+3y$, ...

d) $f(x,y)=x+7y$, ...

6. Niech $z=\sqrt{3}-i$. Podać w postaci kartezjańskiej:

a) $z^9=$ ....

b) $z^8=$ ....

c) $z^6=$ ....

d) $z^7=$ ....

7. Dla podanej macierzy wypisać w kolejności niemalejącej jej wartości własne (z uwzględnieniem krotności).

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .... **b)** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ ....

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20 & 1 \end{pmatrix}$ .... **d)** $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ ....

8. Dla podanej macierzy wskazać taką wartość parametru p, aby wyznacznik macierzy był równy 0.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 7 & 40 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 6 & 30 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 5 & 20 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \\ 4 & 10 & p \end{pmatrix}$, $p=$ ....

9. Zbiorem elementów grupy jest zbiór $\{1, 2, 3, \ldots, p-2, p-1\}$, natomiast działaniem jest mnożenie modulo p. Dla podanej liczby pierwszej p podać element odwrotny do 4.

a) $p=19$, ... **b)** $p=13$, ...

c) $p=11$, ... **d)** $p=17$, ...

10. Niech $E(n)$ będzie liczbą elementów rzędu n w grupie cyklicznej rzędu 240. Wówczas.

a) $E(50) =$ .... **b)** $E(40) =$ ....

c) $E(20) =$ .... **d)** $E(30) =$ ....

11. Rzucamy trzema kostkami do gry. Niech $P(n)$ oznacza prawdopodobieństwo, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa n. Podać w postaci ułamka nieskracalnego:

a) $P(14) =$ .... **b)** $P(17) =$ ....

c) $P(16) =$ .... **d)** $P(15) =$ ....

12. Gracz obstawia, że przy 5-krotnym rzucie monetą wypadnie co najmniej n orłów. Jeżeli tak się stanie, gracz wygra n złotych, w przeciwnym razie nie wygra nic. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną wygranej gracza (w złotych). Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $E(2) =$ .... **b)** $E(3) =$ ....

c) $E(4) =$ .... **d)** $E(1) =$ ....