

24. IX. 2019

Zbigniew J. JUREK

WSTĘP DO TEORII WIELKICH ODCHYLEŃ

(An Introduction to the theory of large deviations (LDP))

Słynne LLN (law of large numbers) mówi, że dla i.i.d. zmiennych losowych (X_n) o skończonej wartości oczekiwanej m

$$P(\bar{X} := \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \rightarrow m) = 1 \quad (1)$$

Zatem dla zbioru borelowskiego B takiego, że $m \in B^c$ (dopełnienie) mamy, że $P(\bar{X} \in B) \rightarrow 0$. Jak " szybko" ciąg ten zbiega do zera? Teoria wielkich odchyłeń zajmuje się przypadkami gdy zbieżność ta jest wykładnicza. Dokładniej, dla sytuacji jak w (1), dowodzi się, że istnieje funkcjonal I , który dowolnemu zbiorowi borelowskiemu A przyporządkowuje liczbę $I(A)$ taką, że

$$-I(A^\circ) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} P(\bar{X} \in A) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} P(\bar{X} \in A) \leq I(\bar{A}), \quad (2)$$

gdzie $\bar{A}$ oznacza domknięcie zbioru A , a A° wnętrze zbioru A .

Planujemy na wykładzie omówić :

- (i) Miary na przestrzeniach metrycznych, w tym na przestrzeniach Banacha.
- (ii) Twierdzenie Cramera – LDP dla LLN.
- (iii) Twierdzenie Sanowa dla *zasadniczego twierdzenia statystyki matematycznej* (tzn. o zbieżności dystrybuany empirycznej do dystrybuanty teoretycznej).

Bibliografia :

- [1] J. Deuschel, D. Stroock, *Large deviations*, Academic Press, 1989.
- [2] A. Dembo , O. Zeitouni, *Introduction to large deviations and applications*, ??
- [3] Z.J. Jurek , Liming Wu, *Large deviations for some Poisson random integrals*; Lecture Notes in Math. vol. 1729, 2000, str. 185-197.
- [4] S.R.S. Varadhan, *Large deviations and applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1984.

Zainteresowanych proszę o pilny kontakt: zjjurek@math.uni.wroc.pl