

Streszczenie

W rozprawie rozważamy definiowalną dynamikę topologiczną grup definiowalnych głównie nad o-minimalnymi rozszerzeniami ciał rzeczywiste domkniętych. Dla o-minimalnego rozszerzenia ciała liczb rzeczywistych $\mathbb{R} = (\mathbb{R}, +, \cdot, <, \dots)$ oraz $R > \mathbb{R}$, rozważamy R -definiowalną grupę G i naturalne działanie $G(R)$ na przestrzeń $S_{G,ext}(R)$ zewnętrznych typów w G nad R .

Pierwsze dwa rozdziały poświęcone są wstępnym wynikom.

W trzecim rozdziale dowodzimy pewnych wyników które abstrahują od sytuacji o-minimalnej. Pracując nad dowolną strukturą pierwszego rzędu M nad którą wszystkie typy są definiowalne, rozważamy M -definiowalną grupę G posiadającą definiowalny rozkład $G = KH$ na podgrupy $K, H < G$ spełniające $K \cap H = \{e\}$, takie że grupa H jest definiowalnie ekstremalnie średniowalna. Pokazujemy, że pewne aspekty potoku $(G(M), S_G(M))$ są wyjaśnione w terminach indukowanego potoku $(G(M), S_K(M))$, tzn. dynamiki naturalnego działania G na podgrupę K . Konkretnie, wyniki pokazują homeomorfizm minimalnego potoku $(G(M), S_G(M))$ i minimalnego potoku $(G(M), S_K(M))$, oraz istnienie algebry obrazowej silnie generycznych podzbiorów $G(M)$ składającej się z cylindrów nad pewną algebrą obrazową silnie generycznych podzbiorów $K(M)$. Wyniki ulegają znacznemu wzmocnieniu przy założeniu, że H jest podgrupą normalną.

W czwartym rozdziale otrzymujemy bardziej konkretne wyniki dla grup definiowalnych w sytuacji o-minimalnej. Zajmujemy się głównie \mathbb{R} -definiowalnymi grupami spełniającymi teorio-modelowy odpowiednik rozkładu Iwasawy: rozkład zwarto-beztorsyjny $G = KH$ z K zwartą, H beztorsyjną. Dla takiej grupy podajemy częściowy opis minimalnych potoków jej uniwersalnego definiowalnego potoku oraz pokazujemy, że grupa Ellisa jej uniwersalnego definiowalnego potoku jest abstrakcyjnie izomorficzna z $N_G(H) \cap K(\mathbb{R})$. To odpowiada negatywnie na wczesne pytanie Newelskiego czy (przy pewnych dobrych założeniach) grupa Ellisa jest izomorficzna z G/G^{00} . Ponownie uzyskujemy mocniejsze wyniki przy założeniu, że H jest normalną podgrupą G .

Następnie rozważamy uniwersalne nakrycia \mathbb{R} -definiowalnych grup, naturalnie interpretowane w pewnej dwusortowej strukturze, i uogólniamy wyniki dla minimalnych potoków i grupy Ellisa do tej szerszej sytuacji.

W końcu prezentujemy pewne wyniki dotyczące algebr obrazowych zbiorów silnie generycznych dla R -definiowalnych grup, w szczególności dla $G = SL(2, -)$.