INSTYTUT MATEMATYCZNY
WYDZIAŁ MATEMATYKI I INFORMATYKI
UNIWERSYTET WROCŁAWSKI

Łukasz Paszkowski

STRESZCZENIE

Dyslokacje, zwane również liniowymi wadami w strukturze krystalicznej, są najważniejszą klasą niedoskonałości występujących we wszystkich ciałach stałych o strukturze krystalicznej takich jak kryształy czy metale. Ich obecność znacząco wpływa na mechaniczne własności ciał stałych, które są wysoce podatne na stopień niedoskonałości. Jedne z najważniejszych to dyfuzja, plastyczność oraz wytrzymałość kryształów. Dyslokacje odgrywają tak ważną rolę w teorii materiałów, ponieważ nawet jeden defekt odpowiedniego typu może powodować istotne jakościowo i nieodwracalne zmiany w strukturze materiałów.

Przedmiotem badań w pracy są dwa modele opisujące ewolucję dyslokacji w kryształach. Pierwszy jednowymiarowy model ciągły składa się z nieliniowego i nielokalnego równania, gdzie nielokalny składnik jest reprezentowany przez ułamkowy laplasjan. Dla tak przedstawionego problemu badamy istnienie słabych rozwiązań oraz dowodzimy pewnych oszacowań hiperkontraktywnych tzn. pokazujących regularność rozwiązań. Ponadto jesteśmy zainteresowani zbadaniem istnienia oraz asymptotyki rozwiązań samopodobnych. Drugi z modeli, model dyskretny, składa się z układu równań różniczkowych zwyczajnych, gdzie każde z równań opisuje ewolucję dokładnie jednej dyslokacji. W tym modelu naszym celem jest zbadanie procesu gromadzenia się dyslokacji i tworzenia tak zwanych ścian dyslokacji.

W Rozdziale 1 przedstawiamy wstęp do teorii dyslokacji, gdzie opisujemy m.in. zjawisko przemieszczania się dyslokacji. Dodatkowo opisujemy szczegółowo wyżej wspomniane modele, którymi będziemy się zajmować. Celem

Rozdziału 2 jest zebranie potrzebnych informacji na temat ułamkowego laplasjanu oraz ułamkowych pochodnych, które są wykorzystywane w pracy. Następnie w Rozdziale 3 korzystając z metody regularyzacji parabolicznej udowadniamy istnienie słabych rozwiązań modelu ciągłego i badamy asymptotykę norm rozwiązań dla dużych czasów. Dalej w Rozdziale 4 zajmujemy się rozwiązaniami samopodobnymi pewnych szczególnych zagadnień, gdzie dowodzimy ich istnienia bądź nieistnienia oraz oraz badamy asymptotykę rozwiązań w jednym szczególnym przypadku. Rozdział 5 jest poświęcony wygasaniu w skończonym czasie rozwiązań nieliniowego modelu, gdzie ułamkowy laplasjan jest zastąpiony przez zwykły laplasjan. Na koniec w Rozdziale 6 badamy drugi z naszych modeli oraz dowodzimy, że dyslokacje kumulują się tworząc tak zwane ściany dyslokacji. Dowód ten poprzedzamy serią eksperymentów numerycznych, które potwierdzają rozważaną hipotezę.