Ponieważ w zasadzie wszyscy mieli na swoich rozwiązaniach moją uwagę "Objaśnienia!", dlatego poniżej przedstawiam w jakimś sensie wzorcowe rozwiązanie zadania nr 1 z kartkówki nr 2.

Zadanie. Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Rozwiązanie.
Zgodnie z definicją podaną na wykładzie, pole trójkąta wyznaczonego przez trzy wierzchołki (punkty) A, B i C jest połową pola równoległoboku wyznaczonego przez dowolne dwa boki trójkąta ABC, a więc np. przez wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$. (Oczywiście można użyć dowolnych dwóch innych wektorów odpowiadających bokom tego trójkąta, byle zaczepionych we wspólnym punkcie początkowym, np. $\overrightarrow{BC}$ oraz $\overrightarrow{BA}$.)

Z kolei pole równoległoboku wyznaczonego przez dowolne dwa wektory $\overrightarrow{u}$ i $\overrightarrow{v}$ dane jest wzorem (znów wykład)

$$|\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})|.$$

Dlatego pole trójkąta o wierzchołkach A, B i C to

$$\frac{1}{2}|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})|.$$

Podstawiając do tego wzoru dane z zadania, otrzymujemy

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

skąd

$$P_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2}\left|\det \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\right|.$$

Ponieważ zgodnie z definicją wyznacznika

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc,$$

zatem ostatecznie

$$P_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2}\left|\det \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2}\,|5 \cdot 4 - (-2) \cdot 1| = \frac{1}{2} \cdot 22 = 11.$$