
Lista 3: Funkcje trygonometryczne, odwracanie funkcji

Matematyka dla chemii ogólnej, 2016

1. Wyrazić w radianach: 5° , 250° , -60° i w stopniach: $\frac{\pi}{10}$, $-\frac{7\pi}{8}$, $\frac{5\pi}{2}$.

2. Uzasadnić tożsamości:

$$\sin(\pi - x) = \sin x, \quad \cos\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) = -\sin x, \quad \operatorname{tg}(\pi + x) = \operatorname{ctg} x.$$

3. Wiedząc, że $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ i $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ obliczyć $\cos \alpha$ i wyznaczyć, w której ćwiartce okręgu jednostkowego znajduje się kąt α .

4. Obliczyć $\arcsin \frac{1}{2}$, $\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $\cos(\arcsin(-\frac{1}{3}))$, $\arcsin\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

5. Naszkicować wykresy funkcji:

$$(a) f(x) = 1 - \sin x, \quad (b) f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \quad (c) f(x) = \operatorname{tg}(2x), \quad (d) f(x) = \arcsin(x+1),$$

6. Wyrazić x jako funkcję y i naszkicować wykresy $y(x)$ i $x(y)$, gdy (a) $y = x^2 + 1$, (b) $y = \frac{x-2}{x-1}$.

7. Rozwiązać równania i nierówności:

$$\begin{array}{lll} a) \cos x = -\frac{1}{2} & b) \sqrt{2} \sin x + \operatorname{ctg} x = 0 & c) \sin^4 x + 5 \cos 2x + 4 = 0 \\ d) 2 \cos^2 x > \frac{3}{2} & e) \operatorname{tg} x \geq \operatorname{ctg} x & f) 5 \sin^2 x + \sin^2 2x > 4 \cos 2x \end{array}$$

8. Uzasadnij nierówność $\sin x \leq \operatorname{tg} x \leq 2 \sin x$ dla $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

Wskazówka: Jaka jest największa i najmniejsza wartość $\cos x$ na przedziale $[0, \frac{\pi}{3}]$?