

Analiza danych jakościowych

Lista 7

Korekta.

W zad. 3, lista 6 powinno być n_{1+} i n_{2+} zamiast n_{1+}^* i n_{2+}^* .

1. Dla macierzy $T(u)$ z zadania 2 lista 6 definiujemy wyrażenie (2) z listy 6:

$$p(u) = \frac{n_{1+}! n_{2+}! n_{+1}! n_{+2}!}{u!(n_{1+} - u)!(n_{+1} - u)!(n_{+2} - n_{1+} + u)! n!}$$

Pokaż, że dziedziną dla zmiennej u jest taki zbiór liczb całkowitych U , że

$$\max(n_{1+} - n_{+2}, 0) \leq u \leq \min(n_{1+}, n_{+1})$$

- a. Korzystając z zadania 2 i 3 z listy 6 pokaż, że wartość p dla testu: $H_0: \theta=1$ przeciwko $H_1: \theta>1$ gdy z próby otrzymaliśmy macierz $T(n_{11}^*)$ jest równa:

$$p=0 \text{ gdy } n_{11}^* < \hat{n}_{11} \text{ i } p = \sum_{u \in U, u \geq n_{11}} p(u) \text{ gdy } n_{11}^* \geq \hat{n}_{11}$$

- b. Sformułuj analogiczny wynik dla testu: $H_0: \theta=1$ przeciwko $H_1: \theta<1$.

2. Niech $\hat{\theta}(u)$ będzie ilorazem krzyżowym dla macierzy $T(u)$. Pokaż, że jeśli $\hat{\theta}(u^*) \neq 1$ oraz n_{ij}^* są elementami macierzy $T(u^*)$, a n_{ij} elementami macierzy $T(u)$ to $\hat{\theta}(u) \neq 1$ gdy

$$\left| \frac{n_{11}}{n_{1+}} - \frac{n_{21}}{n_{2+}} \right| \geq \left| \frac{n_{11}^*}{n_{1+}} - \frac{n_{21}^*}{n_{2+}} \right| \quad (1)$$

Wskazówka. Patrz rozwiązanie zad 3, lista 6.

- a. Pokaż, że nierówność (1) ma rozwiązanie, gdy $n_{11} \leq \min(n_{11}^*, n_{11}^{**}, \hat{n}_{11})$ lub $n_{11} \geq \max(n_{11}^*, n_{11}^{**}, \hat{n}_{11})$, gdzie $n_{11}^{**} = 2\hat{n}_{11} - n_{11}^*$

- b. Pokaż, że wartość p dla testu: $H_0: \theta=1$ przeciwko $H_1: \theta \neq 1$ gdy z próby otrzymaliśmy macierz $T(n_{11}^*)$ jest równa: $p = \sum_{u \in V} p(u)$, gdzie

$$V = U \cap ([0, \min(n_{11}^*, n_{11}^{**}, \hat{n}_{11})] \cup [\max(n_{11}^*, n_{11}^{**}, \hat{n}_{11}), \infty))$$

3. Biolog złowił 820 sztuk krabów, spośród których 317 było krabów typu A i 503 typu B. Spośród krabów typu A 5 miało pasożyty. Żaden krab typu B nie miał pasożytów. Zweryfikuj hipotezę, że kraby typu A są bardziej podatne na pasożyty niż kraby typu B.
4. Zweryfikuj hipotezę $H_0: \theta=1$ przeciwko $H_1: \theta>1$ dla danych o leczeniu raka krtani dwiema metodami: chirurgiczną i radioterapią:

	Rak opanowany	Rak nieopanowany
chirurgia	21	2
radioterapia	15	3

Co oznacza w praktyce hipoteza H_1 ?

5. **Uogólnienie dokładnego testu Fishera.** Niech $T(u, \theta)$ będzie podrodziną rodziny $T(u)$ macierzy z zadania 2 lista 6, dla których iloraz krzyżowy wynosi θ . Prawdopodobieństwo pojawienia się takiej macierzy wynosi

$$p(u, \theta) = \frac{\binom{n_{1+}}{u} \binom{n_{2+}}{n_{+1} - u} \theta^u}{\sum_{t \in U} \binom{n_{1+}}{t} \binom{n_{2+}}{n_{+1} - t} \theta^t}$$

Wartość p dla testu: $H_0: \theta = \theta_0$ przeciwko $H_1: \theta > \theta_0$ gdy z próby otrzymaliśmy macierz $T(n_{11})$ jest równa $p = \sum_{u \in U, u \geq n_{11}} p(u, \theta_0)$. W zadaniu 4 zweryfikuj hipotezę $H_0: \theta=2$ przeciwko $H_1: \theta>2$