

Analiza danych jakościowych

Lista 8

1. Test Mantela-Haenszela. Dla tablicy 2x2

n_{11}	n_{12}	n_{1+}
n_{21}	n_{22}	n_{2+}
n_{+1}	n_{+2}	n

nadwyżka D jest zmienną losową $D = n_{11} - \hat{n}_{11}$, gdzie $\hat{n}_{11} = \frac{n_{1+}n_{+1}}{n}$. Przy założeniu niezależności (jednorodności) i dla dużych n , D ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej $\mu=0$ i wariancji σ^2 o estymatorze $\hat{\sigma}^2 = \frac{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}{n^2(n-1)}$. Uzasadnij, dlaczego

hipoteza $\theta > 1$ może być opisana rozkładem normalnym o średniej $\mu > 0$ i wariancji σ^2 takiej jak wyżej. Wartość p testu $H_0: \mu=0$ przeciwko hipotezie $H_1: \mu > 0$ przybliża wartość p testu dokładnego Fishera dla hipotez $H_0: \theta=1$ przeciwko hipotezie $H_1: \theta > 1$.
Uwaga. Test M-H daje dobre rezultaty, gdy wszystkie oczekiwane licznosci w tablicy są co najmniej równe 5.

a. Udowodnij, że ten warunek jest równoważny temu, że $\hat{n}_{11}$ należy do przedziału $[u_1+5, u_2-5]$ gdzie u_1, u_2 są końcami przedziału U z zad.7.1

b. Porównaj testy Fishera i M-H dla sondażu, w którym pytano 24 kobiety i 24 mężczyzn, pracujących w bankach, czy mają szansę rozwoju zawodowego. Odpowiedź TAK uzyskano od 14 kobiet i 21 mężczyzn. Jakie hipotezy można rozstrzygać dla tak zebranych danych?

2. **Test Mantela-Haenszela dla kilku tablic.** Dla k tablic 2x2 o równych ilorazach krzyżowych θ przybliżony test M-H służy do rozstrzygania hipotezy $H_0: \theta=1$ przeciwko hipotezie $H_1: \theta > 1$. Niech D_i będzie nadwyżką, zaś $\hat{\sigma}_i^2$ wariancją dla tablicy i ($i=1,2,\dots,k$). Wtedy test M-H dla rozstrzygnięcia tych hipotez jest w przybliżeniu równoważny testowi $H_0: \mu=0$ przeciwko hipotezie $H_1: \mu > 0$ dla μ w rozkładzie normalnym dla zmiennej losowej $D = \sum_{i=1}^k D_i$ z estymatorem wariancji $\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^k \hat{\sigma}_i^2$.

Estymator wspólnego ilorazu krzyżowego ma postać

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{n_{11}^{(i)} n_{22}^{(i)}}{n_{++}^{(i)}}}{\sum_{i=1}^k \frac{n_{12}^{(i)} n_{21}^{(i)}}{n_{++}^{(i)}}}, \text{ tablica } T_i \text{ ma elementy}$$

$n_{11}^{(i)}$	$n_{12}^{(i)}$
$n_{21}^{(i)}$	$n_{22}^{(i)}$

Znajdź estymator wspólnego ilorazu krzyżowego i sprawdź, czy jest on równy 1, czy też większy od 1 w następującym zadaniu:

Badanych podzielono na dwie grupy: grupa A, która wiedziała czy dostaje tabletki z witaminą C, czy placebo i grupa B, która o tym nie wiedziała. Pytano, czy po pewnym okresie zażywania tabletek badany przeżył się w kolejnym okresie (wynik T) czy nie przeżył się

	Grupa A		Grupa B	
	T	N	T	N
Placebo	266	46	62	26
Vit C	139	29	157	75