

ALGORYTMY OPTYMALIZACJI

ĆWICZENIA lista 3

10. Znajdź warunki konieczne i dostateczne jakie muszą spełniać wektory $c \in R^n$ oraz $a_j \in R^n$, $j = 1, 2, \dots, p$ aby zadanie minimalizacji funkcji $f(x) = c^T x$ przy ograniczeniach $x^T a_j \leq 0$ dla $j = 1, 2, \dots, p$ miało rozwiązanie x^* ? Jakie wektory x^* mogą być rozwiązaniem tego zadania? Jaka jest wartość minimalna funkcji f ?

11. Zbadaj warunki dostateczne istnienia rozwiązania zadania optymalizacyjnego (wykorzystaj punkty Kuhna-Tuckera zad 6.1-6.4)

$$11.1 \quad x^2 + 9y^2 + z^2 = \text{MIN}, \quad xy \geq 1;$$

$$11.2 \quad x^2 + 9y^2 + z^2 = \text{MIN}, \quad xyz \geq 1;$$

$$11.3 \quad x = \text{MAX}, \quad x^2 + (y-1)^2 \geq 4, \quad (x-1)^3 + (y-1)^2 = 1;$$

$$11.4 \quad x^2 + 2y^2 - 24x - 20y = \text{MIN}, \quad x + 2y \leq 9, \quad x + 2y \geq 0, \quad x + y \leq 8, \quad x + y \geq 0$$

12. Sprawdź warunki dostateczne istnienia minimum

$$12.1 \quad x^4 + y^4 + z^4 = \text{MIN}, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1;$$

$$12.2 \quad x^4 + y^4 + z^4 = \text{MIN}, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,$$

$$12.3 \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = \text{MIN}, \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 \leq 6;$$

13. Sprawdź, dla których zagadnień 11.1-11.4, 12.1-12.3 można używać metodę dualną i rozwiąż zagadnienie tą metodą

14. Zbadaj, że kierunek, wskazany przez wektor d^0 jest kierunkiem spadku funkcji $f(x, y)$ w punkcie x^0 . Oblicz optymalną długość skoku a następnie wartość funkcji celu w nowym punkcie. Porównaj tę liczbę z wartością funkcji celu w x^0 .

$$14.1. \quad f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2xy, \quad d^0 = (-2, 3), \quad x^0 = (2, -1)$$

$$14.2. \quad f(x, y, z) = (xyz)^2, \quad d^0 = (0, 1, -2), \quad x^0 = (1, 2, 3).$$

15. Znajdź, kierunek największego spadku funkcji f w punkcie x^0 dla zad 14.1-14.2. Oblicz optymalną długość skoku a następnie wartość funkcji celu w nowym punkcie. Porównaj tę liczbę z wartością funkcji celu w x^0 .