

# ALGORYTMY OPTYMALIZACJI

## ĆWICZENIA

1. Średnie zyski miesięczne (w %) z zainwestowanego kapitału w kolejnych miesiącach (styc-marz) wynoszą:

| miesiąc | styc | luty | marz | średnia |
|---------|------|------|------|---------|
| AKCJE 1 | 10   | 8    | -3   | 5       |
| AKCJE 2 | 6    | 8    | 4    | 6       |
| AKCJE 3 | 4    | 5    | 6    | 5       |
| AKCJE 4 | 9    | 8    | -5   | 4       |

Zaproponuj skład optymalnego portfela, zapewniającego oczekiwany średni zysk co najmniej 5% i minimalizującego ryzyko dużych strat. Podaj rozwiązanie graficzne zakładając, że:

- a) w portfelu jest 20% akcji 3 i 10% akcji 4
- b) w portfelu jest 20% akcji 1 i 10% akcji 3

2. Cementownia o wydajności rocznej 500 000  $m^3$  cementu, emituje pył w ilości 6 kg na  $m^3$  produkowanego cementu. Agencja Ochrony Środowiska żąda ograniczenia emisji pyłu o co najmniej 5 kg na  $m^3$ . Na rynku są dwa rodzaje urządzeń odpylających:

typ I: redukuje pyły o 5.5 kg/ $m^3$ ; koszt pracy urządzenia wynosi 3 zł za  $m^3$  cementu,

typ II: redukuje pyły o 4.5 kg/ $m^3$ ; koszt pracy urządzenia wynosi 2 zł za  $m^3$  cementu.

Postanowiono zakupić oba urządzenia do odpylania. Jaka ilość cementu powinno być produkowana przy użyciu każdej z metod odpylania, aby zapewnić wymagania AOŚ przy minimalnym koszcie? Sformułuj to zagadnienie w postaci zadania optymalizacji i zapisz w postaci standardowej. Rozwiąż to zadanie za pomocą metody graficznej.

3. Rozwiąż graficznie następujące problemy optymalizacyjne:

a)  $-6x_1 + 9x_2 = \min!$

$$x_1 - x_2 \leq 2, \quad 3x_1 + x_2 \geq 1, \quad 2x_1 - 3x_2 \geq 3$$

b)  $x_1^2 + 4x_2^2 = \min!$

$$x_1 + x_2 \geq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

c)  $x_1 + x_2 = \min!$

$$2x_1 + x_2 \leq 2, \quad x_1^2 + x_2^2 = 4$$

4. Znajdź wszystkie punkty stacjonarne poniższych funkcji. Przeprowadź ich klasyfikację na punkty minimum, maksimum i punkty przegięcia.

$$f(x) = x^4 + \frac{1}{2x^2} - x,$$

$$f(x, y) = x + 2x^2 + 2y - xy + 2y^2,$$

$$f(x, y) = 2x^3 - 3xy + 4y^3,$$