

ALGORYTMY OPTIMALIZACJI

ĆWICZENIA lista 2

5. Mówimy, że dwa skończone zbiory punktów $X = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ oraz $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_l\}$ są liniowo separowalne, jeśli istnieje hiperpłaszczyzna H o kierunku w , taka że oba zbiory leżą po różnych stronach tej prostej. Oznacza to, że $\forall i = 1, 2, \dots, k, \forall j = 1, 2, \dots, l, x_i^T w + b \geq 0, y_j^T w + b \leq 0$. Pokaż, że jeśli $X \cap H = \emptyset$ lub $Y \cap H = \emptyset$ i X i Y są liniowo separowalne to istnieją dwie równoległe hiperpłaszczyzny (czyli o tym samym kierunku) takie, że każda z nich liniowo separuje X i Y . Gdy istnieją punkty wspólne X, Y i H to być może nie istnieją dwie różne hiperpłaszczyzny separujące. Wtedy przyjmujemy, że taka wspólna hiperpłaszczyzna jest podwójna o odległości 0.

a) Znajdź najbardziej od siebie oddalone proste separujące zbiory punktów na płaszczyźnie: $X = \{(0, 0)\}$ i $Y = \{(4, 0), (0, 3)\}$

b) Znajdź ogólne rozwiązanie zadania, korzystając z twierdzenia Kuhna-Tuckera.

6. Znajdź rozwiązanie zadania optymalizującego. Gdzie to możliwe, zilustruj rozwiązanie graficznie

$$6.1 \quad x^2 + 9y^2 + z^2 = \text{MIN}, \quad xy \geq 1;$$

$$6.2 \quad x^2 + 9y^2 + z^2 = \text{MIN}, \quad xyz \geq 1;$$

$$6.3 \quad x = \text{MAX}, \quad x^2 + (y-1)^2 \geq 4, \quad (x-1)^3 + (y-1)^2 = 1;$$

$$6.4 \quad x^2 + 2y^2 - 24x - 20y = \text{MIN}, \quad x + 2y \leq 9, \quad x + 2y \geq 0, \quad x + y \leq 8, \quad x + y \geq 0$$

7. Pokaż, że dla funkcji wypukłej każde minimum lokalne jest minimum globalnym.

8. Sprawdź, czy problem:

$$8.1 \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = \text{MIN}, \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 \leq 6;$$

$$8.2 \quad x + \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x} = \text{MAX}, \quad x + y = 2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

jest zagadnieniem programowania wypukłego i znajdź graficznie jego minimum globalne.

9. Rozwiąż zadania optymalizacyjne metodą Kuhna Tuckera.

$$9.1 \quad x^4 + 2y + 2z = \text{MIN}, \quad x^2 + y + z^2 \leq 4, \quad x^2 - y + 2z \leq 2;$$

$$9.2 \quad x^4 + 2y + 2z = \text{MAX}, \quad x^2 + y + z^2 \leq 4, \quad x^2 - y + 2z \leq 2;$$

$$9.3 \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = \text{MIN}, \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 \leq 6;$$

$$9.4 \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = \text{MIN}, \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 = 6$$

Które z nich jest zagadnieniem programowania wypukłego? Skomentuj rozwiązania.