

### Przekształcenie stabilizujące wariancję

Można pokazać, że wariancja  $h(\bar{X}) \approx \sigma^2(h'(\mu))^2$ . Przekształcenie  $h$  stabilizujące wariancję  $h(\bar{X})$  musi, dla pewnej stałej  $c$ , spełniać równanie

$$\sigma^2(h'(\mu))^2 = c^2$$

Gdy  $h$  jest rosnąca to musi spełniać równanie

$$h'(\mu) = \frac{c}{\sigma}$$

Np dla rodziny rozkładów Poissona z parametrem  $\lambda$ ,  $\mu(\lambda) = \lambda$ ,  $\sigma(\lambda) = \sqrt{\lambda}$ . Wstawiając do równania, otrzymamy

$$h'(\lambda) = \frac{c}{\sqrt{\lambda}},$$

$$h(\lambda) = 2c\sqrt{\lambda}$$

a więc przekształcenie pierwiatkowe stabilizuje wariancję.

Gdy  $\log(\sigma) = a \log(\mu) + b$ , czyli gdy  $\sigma = e^b \mu^a$  to

$$h'(\mu) = ce^{-b} \mu^{-a},$$

$$h(\mu) = \frac{ce^{-b}}{1-a} \mu^{1-a}$$

czyli przekształcenie stabilizujące wariancję jest potęgowe o potęgzie  $1 - a$ .

Zgadza się to z teorią Tukeya, że gdy  $\log(\sigma) = a \log(\mu) + b$ , to przekształcenie stabilizujące wariancję jest potęgowe o potęgzie  $1 - a$

Wg rozdz. 1.5 Bickel, Doksum