

STATYSTYKA
DLA STUDENTÓW III ROKU
MATEMATYKI EKONOMICZNEJ, MATEMATYKI Z INFORMATYKĄ I
MATEMATYKI NAUCZYCIELSKIEJ

Lista 1

1. Rzucamy n krotnie kością go gry. Otrzymaliśmy następujące wyniki:

liczba oczek na kości	1	2	3	4	5	6
liczba rzutów z takim wynikiem	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6

 (1)

Chcemy, na podstawie wyników rzutów ustalić prawdopodobieństwa $p_1, p_2, \dots, p_6$ wypadnięcia 1, 2, ..., 6 oczek.

- Sformułuj model statystyczny: opisz dane uzyskane w tym doświadczeniu, co tu jest populacją, co próbką, sposób wyboru danych do próbki,
- Znajdź model matematyczny, opisujący prawdopodobieństwo pojawiania się różnych wyników w próbce. Czy jest to model parametryczny? Co jest parametrem modelu?
- Przy jakich $p_1, p_2, \dots, p_6$ funkcja wiarygodności wyników z tabeli (1) osiąga maksimum? Rozważ wszystkie przypadki
- Zakładając, że w 10 rzutach otrzymaliśmy wyniki

1	2	3	4	5	6
0	0	5	1	1	3

oblicz istotność hipotezy głoszącej, że kość jest symetryczna. Czy odpowiedź byłaby inna, gdyby wyniki tych 10 rzutów były inne?

- Dla tabeli wyników z punktu (d) znajdź $p_1, p_2, \dots, p_6$ przy, których funkcja wiarygodności osiąga maksimum.
2. W fabryce, w której dzienna produkcja wynosi N sztuk pewnego wyrobu, kontroler pobiera k sztuk do kontroli. Należy uzyskać informację o liczbie sztuk wadliwych x wyprodukowanych danego dnia. Podczas kontroli okazało się, że w sztuk było wadliwych i $k - w$ sztuk dobrych.
- Sformułuj model statystyczny: opisz dane uzyskane w tym doświadczeniu, co tu jest populacją, co próbką, sposób wyboru danych do próbki,
 - Znajdź model matematyczny, opisujący prawdopodobieństwo pojawiania się różnych wyników w próbce. Czy jest to model parametryczny? Co jest parametrem modelu?
 - Oblicz $P(x = x_0 | w = w_0)$, zakładając, że

$$P(x = 0) = P(x = 1) = \dots P(x = N)$$

Znajdź takie x_0 , że funkcja $P(x = x_0 | w = w_0)$ osiąga maksimum przy ustalonym w_0 .

(d) Wykonaj szczegółowe obliczenia dla $N = 10$, $k = 2$, $w = 1$:

i. Jaka jest istotność hipotezy

$$H : x = 8$$

Czy należy odrzucić tę hipotezę?

ii. Wymień wszystkie hipotezy postaci:

$$H : x = x_0$$

istotne na poziomie $\alpha = 0.05$

iii. Narysuj wykres funkcji ilorazu wiarygodności dla x :

$$\frac{P(x)}{\max \{P(x) : x = 0, 1, \dots, 10\}}$$

gdzie $P(x)$ jest prawdopodobieństwem, że w wyprodukowanych $N = 10$ sztukach, z których x jest wadliwych, w próbie kontrolnej $k = 2$ sztuk jedna była wadliwa. Jaka wartość x maksymalizuje funkcję wiarygodności?

iv. Znajdź takie x_1, x_2 aby

A.

$$P(x_1 \leq x \leq x_2 | w = 1) \geq 0.95$$

B.

$$P(x_1 \leq x \leq x_2 | w = 1) \geq 0.8$$

3. Partia AA zdobyła w ostatnich wyborach 15% elektoratu. Przeprowadzono sondaż wśród 100 respondentów, aby ustalić aktualną frakcję poparcia p dla tej partii. 20% spośród respondentów popiera partię AA.

(a) opisz model matematyczny dla wyników w tym sondażu.

(b) Czy to prawda, że partia ma ten sam procent poparcia co w ostatnich wyborach? Jak wyrazisz tę hipotezę za pomocą warunku na parametr modelu?

(c) Czy umiesz oszacować istotność hipotezy z punktu (b) w sondażach o 100 respondentach, w których uzyskano poparcie 20% lub lepsze?

Andrzej Dąbrowski, 11.10.99