

# Geometric and Asymptotic Group Theory

Damian Osajda

damian.osajda@univie.ac.at

<http://www.mat.univie.ac.at/~dosaj/GGTWien/Course.html>

Dienstag, 11:00–12:00, Raum 2A310 UZA2

Blatt 5

## Growth function

- (1) Show that  $n^k \approx n^l$ , for  $l \neq k$ .

---

Zeige, dass  $n^k \approx n^l$ , für  $l \neq k$ .

- (2) Find the growth type of the following groups:  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}^k$ ,  $\mathbb{F}_k$ .

---

Finde den Typ des Wachstums der folgenden Gruppen:  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}^k$ ,  $\mathbb{F}_k$ .

- (3) *Heisenberg group.*  $H_3(\mathbb{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$ .

- (a) Find a presentation of the Heisenberg group.
- (b) Draw a Cayley graph of the group.
- (c) Show that the Heisenberg group is nilpotent. Of what nilpotency class?
- (d) Find the growth type of the group.

---

*Heisenberggruppe.*  $H_3(\mathbb{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$ .

- (a) Finde eine Präsentation der Heisenberggruppe.
- (b) Zeichne einen Cayleygraph der Gruppe.
- (c) Zeige, dass die Heisenberggruppe nilpotent ist. Was ist der Nilpotenzgrad?
- (d) Finde den Typ des Wachstums der Gruppe.