

Podstawy geometrii i geometria nieeuklidesowa

Sprawdzian nr 1, grupa A

POWODZENIA !!!

Zad. 1. (1 pkt) Wypisz aksjomaty Teorii Incydencji z Aksjomatem Równoległości.

Zad. 2. (1 pkt) Sprawdź, czy następująca struktura jest modelem Teorii Incydencji z Aksjomatem Równoległości.

Punktami są punkty z wnętrza pewnego koła, zaś prostymi cięciwy tego koła. Punkt leży na prostej, jeśli odpowiedni punkt wnętrza koła należy do wnętrza odpowiadającej cięciwy.

Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 3. (1 pkt) Wypisz aksjomaty teorii Płaszczyzny Rzutowej.

Zad. 4. (1 pkt) Czy układ aksjomatów złożony z aksjomatów Płaszczyzny Rzutowej i Aksjomatu Równoległości (R) jest: zupełny, niesprzeczny? Czy aksjomaty są od siebie niezależne? Odpowiedzi uzasadnij.

Zad. 5. (3 pkt) Udowodnij, korzystając jedynie z aksjomatów, następujące twierdzenie teorii Płaszczyzny Rzutowej.

Istnieje 7 różnych prostych.

Zad. 6. (3 pkt) Sprawdź, czy następująca struktura jest Płaszczyzną Rzutową (tj. modelem teorii Płaszczyzny Rzutowej).

Niech $\mathcal{K}$ będzie zbiorem kierunków w płaszczyźnie euklidesowej $\mathbb{E}^2$. Punktami są punkty w $\mathbb{E}^2$ i elementy $\mathcal{K}$, czyli kierunki. Prostymi są proste w $\mathbb{E}^2$ i, dodatkowo, prosta l_∞ (abstrakcyjna prosta w nieskończoności). Punkt p leży na prostej l wtedy i tylko wtedy gdy zachodzi jeden z trzech następujących warunków:

- p jest punktem w $\mathbb{E}^2$ i l jest prostą w $\mathbb{E}^2$, i p leży na l w sensie “leżenia w $\mathbb{E}^2$ ”;
- $p \in \mathcal{K}$ (czyli p jest kierunkiem) i l jest prostą w $\mathbb{E}^2$ należącą do tego kierunku;
- $p \in \mathcal{K}$ (czyli p jest kierunkiem) i l jest prostą l_∞ (czyli abstrakcyjną prostą w nieskończoności).

Odpowiedź uzasadnij.