

Podstawy geometrii i geometria nieeuklidesowa

Sprawdzian nr 2, grupa A

POWODZENIA !!!

Zad. 1. (2 pkt) Odpowiedzi na poniższe pytania uzasadnij. Jeśli twierdzisz, że któryś z obiektów istnieje, to wskaż go.

1. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 183 punkty?
2. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 210 prostych?
3. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 183 punkty i 133 proste?
4. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca nieskończenie wiele punktów, w której na każdej prostej leży dokładnie 57 punktów?

Zadania 2–5 poniżej dotyczą teorii płaszczyzny euklidesowej.

Zad. 2. (1 pkt) Czy następująca struktura jest modelem płaszczyzny euklidesowej? Opowiedz uzasadnij.

Punktami są punkty $\mathbb{R}^2$ poza punktem $(1, 1)$. Proste, relacja leżenia na, porządek na prostych, miary odcinków i kątów są zdefiniowane tak jak w arytmetycznym modelu Hilberta.

Zad. 3. (2 pkt) Czy następująca struktura jest modelem płaszczyzny euklidesowej? Opowiedz uzasadnij.

Punktami są proste w $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$ prostopadłe do płaszczyzny $A = \{(x, y, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Prostymi są płaszczyzny w $\mathbb{R}^3$ prostopadłe do A . Punkt X leży na prostej p , jeśli prosta w $\mathbb{R}^3$ będąca X leży w płaszczyźnie w $\mathbb{R}^3$ będącej p . Dla punktu X będącego prostą w $\mathbb{R}^3$ przecinającą A w punkcie $(x_1, x_2, 0) \in \mathbb{R}^3$, i punktu $Y \neq X$ będącego prostą w $\mathbb{R}^3$ przecinającą A w punkcie $(y_1, y_2, 0) \in \mathbb{R}^3$, oraz dla prostej p , mamy $X <_p Y$ jeśli $x_1 < y_1$ albo $x_1 = y_1$ i $x_2 < y_2$. Dla danych dwóch prostych w $\mathbb{R}^3$, miara odcinka o takich końcach równa jest euklidesowej odległości tych prostych w $\mathbb{R}^3$. Miara kąta dwuściennego między półpłaszczyznami w $\mathbb{R}^3$ jest miarą kąta między odpowiadającymi im półprostymi.

Zad. 4. (2 pkt) Udowodnij, że odcinek jest wypukły.

Zad. 5. (3 pkt) Udowodnij, że zbiór punktów leżących wewnątrz kąta jest wypukły.

Podstawy geometrii i geometria nieeuklidesowa

Sprawdzian nr 2, grupa B

POWODZENIA !!!

Zad. 1. (2 pkt) Odpowiedzi na poniższe pytania uzasadnij. Jeśli twierdzisz, że któryś z obiektów istnieje, to wskaż go.

1. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 158 punktów?
2. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 133 proste?
3. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca dokładnie 133 punkty i 183 proste?
4. (0.5 pkt) Czy istnieje płaszczyzna rzutowa zawierająca nieskończenie wiele punktów, w której każdy pęk zawiera dokładnie 31 prostych?

Zadania 2–5 poniżej dotyczą teorii płaszczyzny euklidesowej.

Zad. 2. (1 pkt) Czy następująca struktura jest modelem płaszczyzny euklidesowej? Opowiedz uzasadnij.

Punktami są punkty $\mathbb{R}^2$ poza punktem $(0,0)$. Proste, relacja leżenia na, porządek na prostych, miary odcinków i kątów są zdefiniowane tak jak w arytmetycznym modelu Hilberta.

Zad. 3. (2 pkt) Czy następująca struktura jest modelem płaszczyzny euklidesowej? Opowiedz uzasadnij.

Punktami są proste w $\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$ prostopadłe do płaszczyzny $A = \{(x, y, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Prostymi są płaszczyzny w $\mathbb{R}^3$ prostopadłe do A . Punkt X leży na prostej p , jeśli prosta w $\mathbb{R}^3$ będąca X leży w płaszczyźnie w $\mathbb{R}^3$ będącej p . Dla punktu X będącego prostą w $\mathbb{R}^3$ przecinającą A w punkcie $(x_1, x_2, 0) \in \mathbb{R}^3$, i punktu $Y \neq X$ będącego prostą w $\mathbb{R}^3$ przecinającą A w punkcie $(y_1, y_2, 0) \in \mathbb{R}^3$, oraz dla prostej p , mamy $X <_p Y$ jeśli $x_1 < y_1$ albo $x_1 = y_1$ i $x_2 < y_2$. Dla danych dwóch prostych w $\mathbb{R}^3$, miara odcinka o takich końcach równa jest euklidesowej odległości tych prostych w $\mathbb{R}^3$. Miara kąta dwuściennego między półpłaszczyznami w $\mathbb{R}^3$ jest miarą kąta między odpowiadającymi im półprostymi.

Zad. 4. (2 pkt) Udowodnij, że półprosta jest wypukła.

Zad. 5. (3 pkt) Udowodnij, że zbiór punktów leżących wewnątrz kąta jest wypukły.