

Podstawy geometrii i geometria nieeuklidesowa

Sprawdzian nr 3, grupa A

POWODZENIA !!!

Zadania 1-6 dotyczą modelu Kleina płaszczyzny nieeuklidesowej, w którym zbiorem punktów jest otwarte koło jednostkowe w płaszczyźnie $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ o środku w $(0, 0)$. Jeśli jesteś proszona(y) o wskazanie jakiegoś obiektu, to zrób to tak, by nie było wątpliwości o jaki obiekt chodzi. Na przykład podając współrzędne (x, y) odpowiednich punktów.

Zad. 1. (2 pkt) Odpowiedz TAK lub NIE na poniższe pytania. Odpowiedzi nie musisz uzasadniać.

1. Czy we wnętrzu każdego kąta ostrego istnieje punkt, przez który przechodzi prosta asymptotyczna do obu ramion kąta?
2. Czy we wnętrzu każdego kąta ostrego istnieje punkt, przez który przechodzi prosta rozbieżna w stosunku do obu ramion kąta?
3. Czy we wnętrzu każdego kąta ostrego istnieje punkt, przez który nie przechodzi żadna prosta przecinająca oba ramiona kąta?
4. Czy na każdym trójkącie można opisać okrąg (hiperboliczny)?
5. Czy w każdy trójkąt można wpisać okrąg (hiperboliczny)?
6. Niech l, m, n będą różnymi prostymi, przy czym m i n są prostopadłe do l . Czy m i n mogą być asymptotyczne?
7. Czy na każdym okręgu (hiperbolicznym) można opisać sześciokąt?
8. Czy istnieją dwie proste asymptotyczne tworzące z inną prostą kąt $\frac{\pi}{3}$?

Zad. 2. (1 pkt) Wskaż odcinek o nieeuklidesowej mierze 2.

Zad. 3. (1 pkt) Wskaż kąt o nieeuklidesowej mierze $\frac{\pi}{4}$.

Zad. 4. (1 pkt) Dla zadanej prostej i $D > 0$, *ekwidystantą* nazywamy krzywą złożoną ze wszystkich punktów oddalonych o D od prostej w jednej z półpłaszczyzn. Naszkicuj ekwidystantę wybranej przez siebie prostej. (Ważny jest kształt, nie dokładne odległości.)

Zad. 5. (1 pkt) *Czworokąt Lamberta* to czworokąt o trzech kątach prostych i jednym ostrym. Wskaż czworokąt Lamberta.

Zad. 6. (2 pkt) Wskaż czworokąt $ABCD$ o kątach na przemian prostych i ostrych (kąty przy A i C ostre, zaś przy B i D proste). Opisz sposób wyznaczenia takiego czworokąta, wraz z uzasadnieniem wymaganych własności.

Zad. 7. (2 pkt) (*Uwaga: to zadanie dotyczy teorii płaszczyzny nieeuklidesowej, a nie modelu.*) Niech $A'B'C'$ będzie trójkątem powstałym przez obrót o kąt $\frac{\pi}{2}$ trójkąta ABC wokół punktu D niebędącego wierzchołkiem. Uzasadnij, że ABC i $A'B'C'$ są przystające. (Najpierw zdefiniuj, co oznacza „obrót”.)