

Topologia algebraiczna 1

Damian Osajda

Lista ćwiczeń nr 3

http://www.math.uni.wroc.pl/~dosaj/Wroc/Teaching/2018_TopAlg/2017_TopAlg.html

Własność rozszerzania homotopii (HEP)

Ćw. 1. Pokaż, że para $(I, \{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\})$ nie ma własności rozszerzania homotopii (HEP).

Ćw. 2. Pokaż, że $(X \times I, X \times \partial I)$ ma HEP. Wywnioskuj stąd, że $(M_f, X \times \{0\})$ ma HEP dla dowolnego odwzorowania $f: X \rightarrow Y$.

Ćw. 3. Niech M_f będzie cylindrem odwzorowania $f: X \rightarrow Y$. Niech $j: Y \rightarrow M_f$ i $i: X = X \times \{0\} \rightarrow M_f$ będą naturalnymi włożeniami, a $r: M_f \rightarrow Y$ oczywistą retrakcją. Pokaż, że poniższy diagram jest homotopijnie przemienny ($i \simeq jf$ i $f = ri$).

$$\begin{array}{ccc} & & Y \\ & \nearrow f & \updownarrow j \\ X & & \\ & \searrow i & \downarrow r \\ & & M_f \end{array}$$

Ćw. 4. Niech $(X, A), (Y, A)$ będą parami z HEP, a $f: X \rightarrow Y$ homotopijną równoważnością taką, że $f|_A = Id_A$. Niech $g: Y \rightarrow X$ będzie homotopijną odwrotnością f . Pokaż, że istnieje $g_1: Y \rightarrow X$ takie, że $g_1 \simeq g$ i $g_1|_A = Id_A$.

Ćw. 5. Pokaż, że jeśli (X, A) ma HEP, to $X \times I$ retrahuje się deformacyjnie na $X \times \{0\} \cup A \times I$. Wywnioskuj stąd, że jeśli $f, g: A \rightarrow Y$ są homotopijne, to $Y \sqcup_f X$ i $Y \sqcup_g X$ są homotopijnie równoważne rel Y .

Ćw. 6. Pokaż, że skończony graf, tzn. skończony jednowymiarowy CW kompleks, jest homotopijnie równoważny z bukietem skończonej liczby okręgów, tzn. skończonym jednowymiarowym CW kompleksem z jedną 0-komórką.