

Topologia algebraiczna 1

Damian Osajda

Lista ćwiczeń nr 6

http://www.math.uni.wroc.pl/~dosaj/Wroc/Teaching/2018_TopAlg/2017_TopAlg.html

Nakrycia

- Ćw. 1.** Pokaż, że jeśli $\tilde{X}$ i $\tilde{Y}$ są nakryciami X i Y , to $\tilde{X} \times \tilde{Y}$ nakrywa $X \times Y$.
- Ćw. 2.** Pokaż, że własności „podnoszenia ścieżek” i „podnoszenia homotopii ścieżek” są konsekwencjami własności podnoszenia homotopii.
- Ćw. 3.** Dla dowolnego $n \in \{1, 2, 3, \dots\} \cup \{\infty\}$ znajdź spójne nakrycie buketu dwóch okręgów krotności n .
- Ćw. 4.** Pokaż, że torus dwuwymiarowy nakrywa butelkę Kleina.
- Ćw. 5.** Pokaż, że dla każdego $g \in \{2, 3, \dots\} \cup \{\infty\}$ istnieje nakrycie powierzchni genusu 2 przez powierzchnię genusu g .
- Ćw. 6.** Uzupełnij dowód kryterium podnoszenia odwzorowań pokazując, że zdefiniowane odwzorowanie $\tilde{f}$ jest ciągłe.
- Ćw. 7.** Uzupełnij szczegóły konstrukcji nakrycia jednospójnego:
1. pokaż, że zbiory postaci $U_{[\gamma]}$ zadają bazę otoczeń punktu $[\gamma]$;
 2. pokaż że odwzorowanie $U_{[\gamma]} \rightarrow U$ jest homeomorfizmem;
 3. wywnioskuj, że $p: \tilde{X} \rightarrow X$ jest nakryciem.
- Ćw. 8.** Pokaż, że dla topologicznie wolnego działania grupy G na X , odwzorowanie ilorazowe $X \rightarrow X/G$ jest nakryciem.
- Ćw. 9.** Pokaż, że działanie grupy podstawowej $G = \pi_1(X, x_0)$ na nakryciu jednospójnym $\tilde{X}$, zdefiniowane przez $[\alpha]_G \cdot [\gamma]_{\tilde{X}} = [\alpha \cdot \gamma]_{\tilde{X}}$ jest topologicznie wolnym działaniem przez homeomorfizmy.
- Ćw. 10.** Wskaż nakrycie uniwersalne:
1. płaszczyzny rzutowej;
 2. torusa n -wymiarowego;
 3. powierzchni orientowalnej;
 4. buketu (wedge) dwóch powierzchni rzutowych;

5. bukietu dwóch torusów;
6. *n -wymiarowej rzeczywistej przestrzeni rzutowej $\mathbb{R}P^n$, czyli przestrzeni prostych przez $(0, \dots, 0)$ w $\mathbb{R}^{n+1}$, z naturalną topologią;*
7. *nieskończenie wymiarowej rzeczywistej przestrzeni rzutowej, czyli...(zgadnij!).*

Ćw. 11. Dowiedź, że nakrycie grafu jest grafem. Czym jest nakrycie uniwersalne grafu?