

Topologia algebraiczna 1

Damian Osajda

Lista ćwiczeń nr 11

http://www.math.uni.wroc.pl/~dosaj/Wroc/Teaching/2018_TopAlg/2017_TopAlg.html

Ciąg dokładny pary i twierdzenie o wycinaniu

Ćw. 1. Pokaż, że długi ciąg homologii stowarzyszony z krótkim ciągiem dokładnym kompleksów łańcuchowych jest dokładny.

Ćw. 2. Pokaż, że łańcuchy relatywne tworzą kompleks łańcuchowy.

Ćw. 3. Niech będą dane pary przestrzeni (X, A) , (Y, B) i odwzorowanie par $f: (X, A) \rightarrow (Y, B)$. Zdefiniuj odwzorowania indukowane: na łańcuchach – $f_{\#}$, i na homologiach – f_{*} . Pokaż, że jeśli $f, g: (X, A) \rightarrow (Y, B)$ są homotopijne jako odwzorowania par, to $f_{*} = g_{*}$.

Ćw. 4. Dowiedź, że średnica n -sympleksu w barycentrycznym rozbiu n -sympleksu σ jest nie większa niż $\frac{n}{n+1} \text{diam}(\sigma)$.

Ćw. 5. Pokaż, że operator S podziału barycentrycznego na singularnych łańcuchach liniowych jest odwzorowaniem łańcuchowym, tzn. że $S\partial = \partial S$ oraz, że operator T jest homotopią łańcuchową między S a identyzmem, tzn. $\partial T + T\partial = \text{Id} - S$.

Ćw. 6. Pokaż, że operator S podziału barycentrycznego na łańcuchach singularnych jest odwzorowaniem łańcuchowym, tzn. że $S\partial = \partial S$ oraz, że operator T jest homotopią łańcuchową między S a identyzmem, tzn. $\partial T + T\partial = \text{Id} - S$.

Ćw. 6. Pokaż, że operator $D_m = \sum_{0 \leq i < m} TS^i$ jest homotopią łańcuchową między m -krotnym podziałem barycentrycznym a identyzmem, tj. $\partial D_m + D_m \partial = \text{Id} - S^m$.

Ćw. 7. Pokaż, że operator $\rho: C_n(X) \rightarrow C_n(X)$ zdefiniowany jako $\rho = \text{Id} - \partial D - D\partial$ jest odwzorowaniem łańcuchowym.