Budynki Titsa, lista 3

1. Udowodnij, że kompleks Coxetera nieskończonej grupy Coxetera jest ściągalny.

W pierwszym podziale barycentrycznym kompleksu Coxetera wybrano barycentra ścian, których typy są sferyczne ($T \subseteq S$ jest sferyczny, jeśli W_T jest skończona), i rozpięto na nich pełny podkompleks (zwany kompleksem Davisa grupy W). Komórka Davisa to część kompleksu Davisa zawarta w jednym pokoju kompleksu Coxetera.

2. Udowodnij, że komórka Davisa jest ściągalna.
3. Udowodnij, że kompleks Davisa jest ściągalny.
4. Narysuj kompleksy Coxetera i Davisa grup: $\langle s, t, u \mid s^2, t^2, u^2, (st)^2, (tu)^3 \rangle$; $\langle s_0, s_1, s_2, s_3 \mid s_i^2, (s_i s_{i+1})^2 \rangle$ $(4 + 1 = 0)$.
5. Uzasadnij, że automorfizm kompleksu Coxetera punktowo trzymający choć jeden pokój jest identycznością.
6. Zdefiniuj typ galerii w budynku (będący słowem w grupie Coxetera); Pokaż, że galeria w budynku jest minimalna $\iff$ jej typ jest zredukowany.
7. Załóżmy, że podkompleks A budynku X jest pełnowymiarowy (każdy sympleks kompleksu A jest ścianą pewnego pokoju zawartego w A) i galeriowo spójny. Pokaż, że A jest elementem maksymalnego układu apartamentów $\iff$ A jest izomorficzny (z zachoaniem kolorów) z kompleksem Coxetera grupy Coxetera odpowiadającej budynkowi X.