

---

**Lista 3: Wnętrza i domknięcia**  
Analiza i Topologia, semestr zimowy 2019/2020

---

1. Znaleźć wnętrze, domknięcie i brzeg następujących zbiorów w  $(\mathbb{R}, d_E)$ :  
(a)  $[-5, 10) \cup (10, 20)$ , (b)  $\{1 + \frac{k}{n} : n \in \mathbb{N}_1, k \in \{0, 1\}\}$ , (c)  $\sqrt{2}\mathbb{Q} = \{q\sqrt{2}; q \in \mathbb{Q}\}$ .
2. Znaleźć wnętrze, domknięcie i brzeg następujących zbiorów w  $(\mathbb{R}^2, d_E)$ :  
(a)  $A = \{-1, 1\} \times \mathbb{Q}$ , (b)  $[0, 1) \times \{0\}$ , (c)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\} \setminus \{(0, 0)\}$ ,  
(d)  $C = \{4^n, \frac{1}{4^n}; n \in \mathbb{N}_1\}$ , (e)  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}$
3. Wyznaczyć wnętrze zbioru  $B = (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \times [0, 1]$  w przestrzeni  $\mathbb{R}^2$  z metryką taksówkową  $d_T$ .
4. Znaleźć wnętrze, domknięcie i brzeg zbioru: (a)  $(0, 1) \times \{1\}$ ; (b)  $\{(x, -x) \in \mathbb{R}^2 : x \in (-1, 1)\}$  w  $\mathbb{R}^2$  z metryką rzeka i w metryką centrum
5. Czy istnieje:  
(a) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}, d_E)$ , taki że  $\text{Int}(A) = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ?  
(b) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}, d_E)$ , taki że  $\text{Bd}(A) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ?  
(c) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}^2, d_R)$ , taki że  $\text{Cl}(A) = [-1, 1] \times [0, 5]$ ?  
(d) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}, d_E)$ , taki że  $\text{Int}(\text{Bd}(A)) \neq \emptyset$ ?  
(e) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}, d_D)$ , taki że  $\text{Bd}(A) = \{2018\}$ ?  
(f) zbiór  $A \subset (\mathbb{R}^2, d_E)$  taki że  $\text{Int}(\text{Cl}(A)) \neq \text{Int}(A)$ ?
6. Czy prawdziwe są następujące zdania?  
(a)  $\text{Cl}(K(a, r)) = \overline{K}(a, r)$ .  
(b)  $\text{Cl}(K(a, r)) \subset \overline{K}(a, r)$ .  
(c)  $\text{Int}(A \setminus B) \subset \text{Int}(A) \setminus \text{Int}(B)$ .  
(d)  $\text{Int}(A \setminus B) = \text{Int}(A) \setminus \text{Int}(B)$ .  
(e) Jeśli  $A \subset X$  i  $\text{Cl}(A) \subseteq \text{Int}(A)$ , to  $A$  jest domknięty.