

prof. dr hab. Ewa Damek, dyrektor  
Instytut Matematyczny  
Uniwersytetu Wrocławskiego

Wrocław, 12.02.2004

**Opinia o prof. dr hab. Andrzeju Hulanickim  
w związku z wnioskiem o przyznanie  
nagrody Ministra Edukacji Narodowej i Sportu  
za całokształt osiągnięć naukowych**

**Od magisterium do wyjazdu do Manchesteru 1955-1959**

Głównym tematem badań A.Hulanickiego w tym okresie były grupy topologiczne. Pod wpływem E.Marczewskiego, J.Łosia i S.Hartmana zajmował się on połączeniem algebry z teorią mnogości, topologią ogólną i ogólną teorią miary. Najważniejszym wynikiem tego okresu było rozwiązanie problemu I.Kaplansky'ego, któremu poświęcił on rozdział w książce "Infinite Abelian Groups":

*Dla jakich grup abelowych  $G$  (oczywiście nieskończonych) istnieje topologia zwarta, tzn. taka rodzina podzbiorów, która jako rodzina otwartych otoczeń zera czyni z  $G$  zwartą grupę topologiczną?*

Odpowiedź okazała się bardzo prosta w sformułowaniu i nie bardzo trudna w dowodzie, prace [81]-[83]. Pare lat później ta sama charakteryzacja została opublikowana w Annals of Math.69 (1959), 366-391 przez D.K. Harrisona. Rzecz jasna Harrison nie wiedział o wyniku A.Hulanickiego.

**Od Manchesteru do kongresu w Nicei 1959-1970**

W latach trzydziestych polska szkoła matematyczna była jednym ze światowych leaderów, ale II Wojna Światowa, powojenna izolacja, śmierć i emigracja najlepszych pozbawiły ją tej roli. Tak szybko jak to się stało możliwe, w drugiej połowie lat pięćdziesiątych matematycy wrocławscy zaczęli wyjeżdżać zarówno na zachód jak i do Związku Radzieckiego, żeby przerwać trwającą dwadzieścia lat izolację nauki polskiej.

Jedną z możliwości stwarzały stypendia British Council. W ramach takiego stypendium A.Hulanicki przebywał w latach 1959-60 w Manchesterze, gdzie istniała bardzo dobra szkoła grup nieskończonych. Wyjazd ten był dla A.Hulanickiego bardzo pouczający. Oto jeden z najlepszych młodych matematyków wrocławskich trafia do miejsca, gdzie polską matematyką lat pięćdziesiątych nikt się w ogóle nie interesuje. Wtedy Andrzej

Typeset by  $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -TEX

Hulanicki zrozumiał co to znaczy, gdy ośrodek znajduje się na matematycznych peryferiach i od tej pory całe swoje życie poświęcił na to, by Wrocław z tych peryferii wydobyć. Z perspektywy czasu widać jak bardzo mu się to udało.

W Manchesterze A.Hulanicki nauczył się dobrze grup nieskończonych nieabelowych i podstaw analizy harmonicznej, której pozostał wierny do dziś. W 1963 r. spędził trzy miesiące w Moskwie, która w tym czasie była jednym z najbardziej liczących się centrów matematycznych na świecie, a teoria reprezentacji grup Liego, którą zajmowali się ludzie skupieni wokół Gelfanda, wiodącym tematem badawczym tamtych czasów. W tej atmosferze powstał jeden z podstawowych wyników dotyczących grup ze średnią Banacha: *każda reprezentacja unitarna grupy lokalnie zwartej jest słabo zawarta w reprezentacji unitarnej wtedy i tylko wtedy, gdy grupa ma średnią Banacha*, prace [62] i [60]. Twierdzenie to weszło już do klasyki i jest stale dość często cytowane za za książką F.Greenleafa *Invariant means on topological groups* van Nostrand 1969, gdzie wyniki A.Hulanickiego zostały przedstawione. We wstępie do rosyjskiego tłumaczenia książki Greenleafa, J.Synai podkreśla ich wagę. Twierdzenie to cytuje także w swej książce Margulis.

W drugiej połowie lat sześćdziesiątych A.Hulanicki zetknął się z ludźmi zajmującymi się analizą harmoniczną na grupach lokalnie zwartych: E.Kaniuthem, H.Leptinem i ich współpracownikami. W owym czasie była to dziedzina żywo rozwijająca się. E.Kaniuth i H.Leptin zainicjowali wtedy cykl konferencji odbywających się co trzy lata w Oberwolfach, który przetrwał do 2000 r czyli do przejścia E.Kaniutha na emeryturę. Tylko z powodu trudności komunikacyjnych między Polską, a Zachodem A.Hulanicki nie został jednym ze współorganizatorów tych bądź co bądź elitarnych konferencji, ale bardzo często brał udział w układaniu listy uczestników.

W tym czasie A.Hulanicki włożył dużo pracy w badanie symetrii algebry grupowej  $L^1(G)$ . Praca [55] zawiera dowód twierdzenia, mówiącego, że dyskretna grupa nilpotentna  $G$  ma symetryczną algebrą  $L^1(G)$ . Był to poważny krok w tym kierunku badań. Dość trudny oryginalny dowód A.Hulanickiego został potem uproszczony przez J.Ludwiga, H.Leptina i D.Poguntke.

Z problematyki tego okresu powstały pierwsze prace doktorskie, których A.Hulanicki był promotorem: Z.Anusiak, O.Czuby, E.Płonki i T.Pytlika.

## Grupy nilpotentne i analiza rzeczywista 1970-1990

W 1970 r. A.Hulanicki pojechał na kongres do Nicei i tam usłyszał E.Steina, który tworzył podstawy analizy na grupach nilpotentnych. Robiona początkowo trochę pod kątem reprezentacji półprostych grup Liego, rozwinęła się w potężną teorię, z której ludzie żyją już od ponad trzydziestu lat. J.P.Anker, jeden z animatorów opisanej niżej sieci HARP mówi o jej uczestnikach: "We all do analysis à la Stein". Połączenie problematyki Steina z dotychczasowym doświadczeniem A.Hulanickiego w zakresie analizy harmonicznej na grupach było jednym z najlepszych ruchów w jego karierze: powstały rachunki funkcjonalne.

Metody rozwinięte w pracy [55] zostały zastosowane w pracy [52] w *Inventiones Math.*, która była podstawą do często cytowanej pracy w PAMS [48]. Udowodniono w

niej, że każdy podlaplasjan na grupie Liego o wzroście wielomianowym ma to samo spektrum na wszystkich przestrzeniach  $L^p$ . Po przyjęciu do druku pracy [52] A.Hulanicki dostał od Dixmier odbitkę jego pracy dotyczącej rachunków funkcjonalnych. Rachunki funkcjonalne na grupach o wzroście wielomianowym, pochodzące od Katznelsona, zostały rozwinięte przez Dixmier i przez A.Hulanickiego w pracach [49] w BAMS i [46] w Colloquium Math.

Praca [43] powstała w wyniku wieloletnich usiłowań A.Hulanickiego zrozumienia jądra ciepła na grupie Heisenberga. Okazało się, że można podać jawny wzór na euklidesową transformatę Fouriera jądra ciepła na grupie Heisenberga. Niezależnie, nieco później, inny dowód tego wzoru znalazł B.Gaveau. Od tego czasu do dziś różni matematycy podają różne dowody tego wzoru nazywanego wzorem Gaveau-Hulanickiego.

1981 r. kolejny płodny wyjazd za granicę i kolejne poszerzenie problematyki. Tym razem do Saint Louis i Chicago. W Saint Louis A.Hulanicki uczył się analizy rzeczywistej, a w Chicago spotkał się z E.Steinem, któremu pokazał rachunki funkcjonalne. E.Stein podszedł do nich entuzjastycznie. Wspólny wynik ze E.M.Steinem nigdy nie został opublikowany oddzielnie, ale wszedł do książki G.Folland i E.M. Stein, *Hardy Spaces On Homogeneous Groups*, Princeton U. Press, 1982, jako osobny rozdział. Od tego czasu pojawiło się wiele jego udoskonaleń.

Nowa problematyka, kolejni uczniowie. Lata siedemdziesiąte to doktoraty J.Cygana, P.Głowackiego, E.Porady, a początek lat osiemdziesiątych J. Długosz.

Innym kierunkiem badań A.Hulanickiego było zastosowanie analizy na nilpotentnych grupach Liego do twierdzeń o sumowalności rozwinięć w funkcje własne operatora Schrödingera z wielomianowym potencjałem, [31], [29], [28], [26], [24], [22]. Opierało się ono na spostrzeżeniu, że taki operator Schrödingera jest obrazem przez reprezentację podlaplasjanu na grupie nilpotentnej. Był to niezwykle oryginalny i płodny pomysł. Tą metodą A.Hulanicki i J.Jenkins otrzymali szereg twierdzeń o wartościach własnych operatora Schrödingera i sumowalności rozwinięć, a nowy wynik dotyczący sumowalności metodą Riesz rozwinąć w funkcje Hermita był testem na siłę metody. Został on dość prędko poprawiony przez Thangavelu w jego pracy doktorskiej napisanej pod kierunkiem E.M.Steina w Princeton. Od tych badań rozpoczął się cykl prac najpierw J.Dziubańskiego, a potem J.Dziubańskiego i J.Zienkiewicza. Także prace doktorskie W.Cupały, W.Hebischa i A.Sikory wzięły się z kombinacji tej problematyki i rachunków funkcjonalnych.

### Grupy $NA$ 1983-2003

Grupa typu  $NA$  jest produktem półprostym grupy nilpotentnej  $N$  i abelowej  $A$ ,  $A$  działa na  $N$  przez automorfizmy. Jest to ważna klasa grup działających na klasycznych obiektach takich jak *przestrzenie symetryczne, jednorodne przestrzenie o ujemnej krzywiznie, stożki jednorodne, jednorodne obszary ograniczone w  $\mathbf{C}^n$* . Grupami typu  $NA$  A.Hulanicki zajął się na początku lat osiemdziesiątych wspólnie ze mną. Był to bardzo naturalny moment. Analiza na grupach nilpotentnych stawała się powoli teorią dojrzałą, a grupy  $NA$  stanowiły następny poziom komplikacji. W tym czasie na przestrzeniach symetrycznych używając modelu  $NA$  badano funkcje harmoniczne względem operatorów różniczkowych oraz jądra Poissona dla operatora Laplace'a

- Beltramiego. A.Hulanicki zasugerował więc badanie lewoniezmienicznych operatorów Hörmanderowskich w kontekście ogólnych grup  $NA$ . Oznaczało to zupełnie nową jakość - do większości grup  $NA$  metody przestrzeni symetrycznych nie stosują się.

Okazało się, że ograniczone funkcje harmoniczne reprodukują się jako całki Poissona z tzw. brzegu maksymalnego (brzegu Poissona lub brzegu Furstenberga) [20]. Pokazaliśmy, że jądro Poissona ma dodatni moment, co okazało się wystarczające do dowodu zbieżności prawie wszędzie całki Poissona do wartości brzegowej [11, praca doktorska Damek]. Zbieżność prawie wszędzie "wisiała wtedy w powietrzu": E.Stein (Princeton), *Inventiones* 1983 i P.Sjögren (Göteborg), *Annals of Mathematics* 1986 pokazali ją dla przestrzeni symetrycznych. W styczniu 1988 r., kiedy Andrzej Hulanicki wygłaszał o tym referat w czasie semestru z analizy harmonicznej w Berkley, E.Stein powiedział mu, że właśnie istnienia dodatniego momentu nie umiał udowodnić i musiał to jakoś obchodzić.

W latach dziewięćdziesiątych skoncentrowaliśmy się na grupach  $NA$  z  $A$  jednowymiarowym działającym przez automorfizmy dylatujące identyfikowalnych z jednorodnymi przestrzeniami o ujemnej krzywiznie. W tej sytuacji o jądrze Poissona dało się powiedzieć dużo więcej. Zastosowaliśmy metodę probabilistyczną, która umożliwiła nam jednolite podejście do lewoniezmienicznych operatorów Hörmanderowskich niezależnie od tego czy spectrum operatora jest odcięte od zera czy nie. Przy jej pomocy otrzymaliśmy precyzyjny opis zachowanie jądra Poissona i jego pochodnych w  $\infty$ . ([8], [4] i samodzielna praca R.Urbana). Otrzymaliśmy opis brzegu Martina dla operatora  $L_\gamma$ .

Z tej problematyki narodziła się praca doktorska R.Urbana pierwszego mojego doktora i szereg innych jego prac.

### Obszary Siegla 1991-2003

Na początku lat dziewięćdziesiątych pomyśleliśmy, że dobrze by było nasze grupy  $NA$  gdzieś zaaplikować, a obszary Siegla idealnie do tego pasowały. R.Penney, z którym nawiązaliśmy współpracę, zaproponował nam badanie dość naturalnego w tym kontekście układu operatorów Hua. Z Penney'em napisaliśmy wspólną pracę [7], ale szybko okazało się, że trzeba wyjść poza ciasne ramy operatorów Hua. Wtedy Andrzej Hulanicki zaproponował badanie operatorów  $NA$  niezmiennicznych, drugiego rzędu, eliptycznych zdegenerowanych i anihilujących funkcje holomorficzne. Nazwaliśmy je dopuszczalnymi. Okazało się, że zbudowana przez nas wcześniej teoria całek Poissona świetnie do nich pasuje i prowadzi do nieco zaskakującej charakteryzacji funkcji pluriharmonicznych: ograniczone funkcje pluriharmoniczne są scharakteryzowane przez 2 (na obszarze typu tubowego) lub 3 (na obszarze typu nietubowego)  $S$ -niezmienniczne zdegenerowane operatory eliptyczne, [5], [2].

Następnym krokiem było rozwiązanie klasycznego problemu zer układu operatorów Hua. Naturalnie związany z geometrią obszaru system operatorów Hua został napisany w 1958 dla klasycznych obszarów symetrycznych przez Chińczyka K.L. Hua, a pytanie o charakteryzację funkcji przez niego anihilowanych pozostało otwarte do 1980 r dla obszarów I rodzaju (K.Johnson, A.Korányi) i do 2003 dla obszarów II rodzaju, kiedy to D.Buraczewski pokazał, że funkcja rzeczywista anihilowana przez układ Hua na obszarze

Siegla drugiego rodzaju jest pluriharmoniczna. Jest to jego praca doktorska, napisana pod moim kierunkiem uhonorowana nagrodą premiera w 2003 r.

Specjaliści od teorii półprostej zakończyli badanie układu Hua i podobnych w 1984 r (prace N.Berligné-M.Vergne 1981 i M.Lassalle'a 1984) zostawiając otwarte pytanie o obszary II rodzaju. Hipoteza pluriharmoniczności nie przychodziła im do głowy, bo teoria półprosta jej nie widzi. Widzi ją grupa  $NA$ . Odkryliśmy to, bo od dwudziestu lat badamy grupy  $NA$ , a Andrzej Hulanicki postawił kiedyś dobre pytanie o ogólniejsze operatory dopuszczalne...

### Budowanie ośrodka

Obok S.Gładysza, E.Marczewskiego, Cz.Ryll-Nardzewskiego i K.Urbanika, Andrzej Hulanicki należał do kilku osób, które najbardziej zasłużyły się dla powojennej matematyki wrocławskiej.

Najważniejsze było to stałe poszukiwanie jak najlepszej problematyki i sprowadzanie jej do Wrocławia. A.Hulanicki nie tylko wyjeżdżał do dobrych ośrodków, ale także konsekwentnie sprowadzał do nas najlepszych ekspertów z zagranicy. Regularne konferencje z analizy harmonicznej rozpoczęły się w 1972 r. i były organizowane co dwa lata z przerwą na stan wojenny. Kierownikiem wszystkich z wyjątkiem ostatniej (w 2002 r.) był A.Hulanicki. Każdy, kto ma przynajmniej 40 lat jest w stanie sobie wyobrazić czym było zorganizowanie takiej konferencji w czasach komunistycznej Polski, gdzie brakowało wszystkiego, źle funkcjonowała komunikacja, telefony, a ośrodki wypoczynkowe nie miały pojęcia jak przyjmować gości zagranicznych. Andrzej dzielił pracę między swoich uczniów i зараżał nas wszystkich swoim bezprzykładnym entuzjazmem. Te konferencje były bardzo ciepłe - to jedno mogliśmy bez problemu ofiarować naszym gościom. Więc przyjeżdżali - nawet Ci najlepsi. Był medalista Fields'a.

Dzięki swoim kontaktom zagranicznym A.Hulanicki był w stanie już w latach siedemdziesiątych organizować swoim współpracownikom dłuższe wyjazdy zagraniczne. Miały one olbrzymie znaczenie dla naszego rozwoju matematycznego, ale także pomagały zarobić np. na mieszkanie. Spośród kilkudziesięciu wysłanych, poza dwoma, wszyscy wrócili. Wracaliśmy, bo mieliśmy do czego: dobrego, żywo rozwijającego się ośrodka analizy harmonicznej i jego szefa wciąż pełnego nowych pomysłów i energii, której my młodszy mogliśmy tylko pozazdrościć.

Stawiał przed nami poprzeczkę zwykle nieco wyżej niż wydawało nam się, że możemy przeskoczyć, ale wiedział co robi. Dawaliśmy radę i zaczynaliśmy widzieć, że możemy więcej i więcej. Promowanie młodych było częścią polityki A. Hulanickiego. Był i jest dla nas wielkim autorytetem. W Instytucie mówi się o nim "oberszef".

Umiał formułować dobre pytania. Pytania, które zawsze dawały impuls do nowych, ciekawych badań. Tłumaczył nam, że nie tylko matematyka z Princetonu się liczy. Liczy się także dobra druga liga. Kilkakrotnie zmieniał problematykę starając się nadażyć za rozwojem matematyki, co nadal mu się udaje. Wypromował piętnastu doktorów, ma kilku matematycznych wnuków i dwóch prawnuków (A.Hulanicki - T.Pytlik - K.Stempak - R.Kapelko i A.Hulanicki - T.Pytlik - R.Szwarc - M.Zygmunt). Spośród jego matematycznych potomków Płonka, Pytlik, Głowacki, Stempak, Szwarc i ja mamy tytuł profesora, a Hebisch i Dziubański habilitowali się.

W latach dziewięćdziesiątych A.Hulanicki był głównym animatorem programów europejskich w naszym instytucie. Były to dwa programy Tempus JEP No 0534, 1990/91 - 1992/93, JEP No 12266-97, 1997/98-2000/01 przez niego zainicjowane i kierowane oraz sieci analizy harmonicznej: "Fourier Analysis", 1995-98 i "Harmonic Analysis", 1999-2002, kierowane przez A.Hulanickiego, "Harmonic Analysis and Related Problems (HARP)", 2002-2006, kierowana przeze mnie. Na początku lat dziewięćdziesiątych nasi zachodni przyjaciele zaproponowali nam wejście do sieci tak szybko jak tylko stało się to dostępne dla krajów bloku wschodniego. Niewątpliwie było to wynikiem aktywności A.Hulanickiego w poprzednich trzydziestu latach. W 2002 r. Université d'Orleans przyznał A.Hulanickiemu doktorat honorowy - symboliczne uznanie międzynarodowej społeczności za jego pracę na rzecz Matematyki.

W ostatnich dziesięciu latach A.Hulanicki kierował dużą przebudową Instytutu, budując między innymi pokoje gościnne. Przyniosły one kompletnie nową jakość: będziemy mogli zapraszać specjalistów na wielomiesięczne pobyty i fundować posady typu post-doc, co znakomicie ułatwi naszej instytucji poszerzanie horyzontów naukowych.

Władzę w Instytucie Matematycznym Uniwersytetu Wrocławskiego przejęło nowe pokolenie - czterdziestolatkowie, ale dzięki ludziom takim jak Andrzej Hulanicki mamy doskonały punkt startu - nowoczesny ośrodek, w którym nie mówi się już o spełnianiu standardów unijnych. One po prostu tu są.

Powyższy dorobek czyni z Andrzeja Hulanickiego bardzo dobrego kandydata do nagrody MENiS za całokształt osiągnięć naukowych.