

Algebra liniowa 2
lista 9 (ćwiczenia 13.05.2020)

Zadania

1. Rozwiąż każdą z poniższych rekurencji, stosując metodę poznaną na wykładzie.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = 9 \\ b_{n+1} = 6b_n - 9b_{n-1} \text{ dla } n \geq 1 \end{cases} \\ \text{(b)} \quad & \begin{cases} c_0 = 1 \\ c_1 = 2 \\ c_2 = 2 \\ c_{n+1} = 6c_n - 11c_{n-1} + 6c_{n-2} \text{ dla } n \geq 2 \end{cases} \\ \text{(c)} \quad & \begin{cases} d_0 = 4 \\ d_1 = 9 \\ d_2 = 17 \\ d_{n+1} = 4d_n - 5d_{n-1} + 2d_{n-2} \text{ dla } n \geq 2 \end{cases} \end{aligned}$$

2. Pchła znajduje się w wierzchołku A kwadratu $ABCD$. Co minutę pchła rzuca monetą i jeśli wypadnie orzeł, to przeskakuje o jeden wierzchołek zgodnie z ruchem wskazówek zegara, a jeśli wypadnie reszka – przeskakuje o jeden wierzchołek w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Wyznacz prawdopodobieństwo znalezienia się po 10 skokach w wierzchołku A .
3. Zmodyfikuj i rozwiąż zadanie 2 w następujący sposób: w każdym wierzchołku pchła rzuca kostką i wykonuje skok w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, gdy wypadnie 1 lub 2, a w kierunku przeciwnym, gdy wypadnie 3, 4, 5 lub 6.
4. Zmodyfikuj i rozwiąż zadanie 2 w następujący sposób: w każdym wierzchołku pchła rzuca kostką i wykonuje skok w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, gdy wypadnie 1 lub 2, w kierunku przeciwnym, gdy wypadnie 3, 4, 5, a w przypadku, gdy wypadnie 6 – nie wykonuje skoku. Uwaga: w tym zadaniu do obliczeń użyj serwisu WolframAlpha.
5. Rzucamy 100 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, że w którymkolwiek momencie wypadły 4 reszki pod rząd. Do wyliczenia potęgi odpowiedniej macierzy, użyj serwisu WolframAlpha.
6. Oblicz e^A oraz e^B dla macierzy $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ oraz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.