

Dodatkowe zadanie domowe

Elementy urojone i struktury silnie minimalne

Zadanie 1. Przypomnieć sobie konstrukcję T^{eq} . W razie potrzeby spytać prowadzącego o źródła. To zadanie należy wykonać i nie trzeba nic pisać w związku z nim oddawać.

Zadanie 2. Pokazać, że jeśli M jest strukturą silnie minimalną i zbiór $\text{acl}^M \emptyset$ jest nieskończony, to $\text{acl} \emptyset$ jest elementarnym podmodelem M .

Zadanie 3. Niech T będzie teorią silnie minimalną taką, że dla dowolnego $M \models T$ zbiór $\text{acl}^M \emptyset$ jest nieskończony. Pokazać, że T eliminuje elementy urojone w słabym sensie, tzn. dla dowolnego modelu $M \models T$ i dowolnego $e \in M^{\text{eq}}$ istnieje krotka $\bar{a} \in M^n$ taka, że $e \in \text{dcl}^{\text{eq}}(\bar{a})$ oraz $\bar{a} \in \text{acl}^{\text{eq}}(e)$.

Zadanie 4. Użyć poprzedniego zadania do wykazania, że teoria ACF_p (dla $p = 0$ lub p będącego liczbą pierwszą) eliminuje elementy urojone (w silnym sensie), tzn. $e \in \text{dcl}^{\text{eq}}(\bar{a})$ oraz $\bar{a} \in \text{dcl}^{\text{eq}}(e)$.
Wskazówka: przypomnieć sobie, że ACF eliminuje „skończone elementy urojone”.