

Imię i nazwisko	Pseudo

zad. 1	zad. 2	zad. 3	zad. 4

1. Udowodnić, że

(2p) jeśli w trójkącie równobocznym o boku długości 4 umieścimy 17 punktów, to odległość pewnych dwóch punktów nie przekracza 1;

(4p) wśród 15 różnych liczb naturalnych nie przekraczających 100, są cztery różne liczby a, b, c, d takie, że $a + b = c + d$ lub trzy różne liczby a, b, c tworzące postęp arytmetyczny.

2. (a) Znaleźć rozwiązanie równania $x_n = 4x_{n-1} - 4x_{n-2}$, gdzie $x_0 = x_1 = 3$.

(b) Obliczyć, na ile sposobów można ułożyć chodnik o wymiarach 3×12 z płytek o rozmiarze 3×1 .

3. Wyprowadzić zwarte wzory na

(2p) $\sum_{k=4}^n \binom{k}{4}$;

(4p) $\sum_{k=0}^n \binom{3n}{k} \binom{2n}{n-k}$.

4. Obliczyć

(i) liczbę bijekcji $f : \{1, 2, \dots, 6\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 6\}$, takich że $f(1) \neq 1$ i $f(2) \neq 2$;

(ii) liczbę rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$ w liczbach całkowitych $x_i \geq 1$.

Dla tych, którym zostało dużo czasu:

A. Udowodnić, że każdy ciąg x_1, \dots, x_{101} , złożony ze 101 różnych liczb rzeczywistych, zawiera podciąg monotoniczny długości 11.