
ZADANIE DOMOWE 6: PRÓBNY II ETAP OM.

klasa II, LO XIV Wrocław

Agnieszka Hejna, Wrocław, 10.12.2019r.

<http://math.uni.wroc.pl/~hejna/>

Dzień pierwszy.

- (1) Na papierze w kratkę zaznaczono $4n$ kratak (z brzegiem). Udowodnij, że można spośród nich wybrać co najmniej n takich, które nie mają punktów wspólnych.
- (2) Znajdź najmniejszą liczbę całkowitą n taką, że wszystkie ułamki spośród $\frac{19}{n+21}, \frac{20}{n+22}, \frac{21}{n+23}, \dots, \frac{91}{n+93}$ są nieskracalne.
- (3) Z punktu A poprowadzono styczną do okręgu w P i sieczną przechodzącą przez środek i przecinającą go w M i N ($|AM| < |AN|$). Wiedząc, że $|AP| = 2|AM|$, oblicz stosunek promienia okręgu do $|AP|$.

Dzień drugi.

- (4) Niech a, b, c będą trzema różnymi pierwiastkami wielomianu

$$P(x) = 3x^3 - 3x + 1.$$

Znajdź sumę kwadratów współczynników wielomianu $(x - a^2)(x - b^2)(x - c^2)$.

- (5) Znajdź liczbę n -cyfrowych liczb, w których cyfry są ze zbioru $\{1, 2, 3\}$ i w ich zapisie dziesiętnym nie występują dwie kolejne jedynki.
- (6) W trójkącie równoramiennym $|AB| = |BC|$, $\angle ABC$ ma miarę 80 stopni. Niech X będzie punktem wewnątrz tego trójkąta takim, że $\angle XAC$ ma miarę 10 stopni, a $\angle XCA$ ma miarę 30 stopni. Oblicz miarę kąta $\angle BXC$.