

## STATYSTYKA A - Lista 2A (dodatkowa)

### zadanie 1:

Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu wykładniczego z parametrem  $\lambda = 7$ .

- (a) Znajdź rozkład statystyki  $T_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + X_2$ .  
(b) Uogólnij rozumowanie z (a) i podaj rozkład

$$T_n(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + X_2 + \dots + X_n.$$

- (c) Znajdź rozkład statystyki

$$M_4(X_1, X_2, \dots, X_n) = \max(X_1, X_2, X_3, X_4)$$

oraz oblicz  $EM_4$  i  $Var(M_4)$ .

- (d) Oblicz  $E(\frac{1}{n}T_n)$  oraz  $Var(\frac{1}{n}T_n)$ . Porównaj wyniki odpowiednio z  $E(X_1)$  oraz  $Var(X_1)$ .

### zadanie 2:

Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu dwupunktowego  $P(X_i = 1) = p = 1 - P(X_i = -1)$ ;

- (a) Znajdź rozkład statystyki  $T_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + X_2$ .  
(b) Uogólnij rozumowanie z (a) i podaj rozkład

$$T_n(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + X_2 + \dots + X_n.$$

- (c) Znajdź rozkład statystyki

$$M_3(X_1, X_2, \dots, X_n) = \max(X_1, X_2, X_3)$$

oraz oblicz  $EM_3$  i  $Var(M_3)$ .

### zadanie 3:

Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu Pareto o gęstości:

$$f(x) = \frac{2\alpha}{x^{2\alpha+1}} 1_{(1, \infty)}(x),$$

gdzie  $0 < \alpha \leq 1$ . Znajdź rozkład (gęstość i dystrybuantę):

- (a)  $T_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + X_2$ ,  
(b)  $M_3(X_1, X_2, \dots, X_n) = \max(X_1, X_2, X_3)$ .

### zadanie 4:

Niech  $X_0, X_1, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu wykładniczego z parametrem  $\lambda = 1$  oraz  $T$  niech będzie zmienną losową niezależną od próby o rozkładzie trzypunktowym

$$P(T = 0) = \frac{1}{5}, P(T = 5) = \frac{1}{10}, P(T = 7) = \frac{7}{10}.$$

- (a) Znajdź rozkład statystyki  $U = \min(X_0, X_1, \dots, X_T)$ .  
(b) Znajdź rozkład statystyki  $U = \max(X_0, X_1, \dots, X_T)$ .

**zadanie 5:**

Niech  $X_0, X_1, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu dwupunktowego  $P(X_i = 1) = p = 1 - P(X_i = 0)$ ;

(a) Znajdź rozkład statystyki  $U = \min(X_0, X_1, \dots, X_T)$ , gdzie  $T$  jest zmienną losową niezależną od próby o rozkładzie geometrycznym  $geom(q)$ .

(b) Znajdź rozkład statystyki  $U = \max(X_0, X_1, \dots, X_T)$ , gdzie  $T$  jest zmienną losową niezależną od próby o rozkładzie Possona  $Poiss(\lambda)$ .

**Barbara Jasiulis-Gołdyn  
Powodzenia:)**