

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 1(11pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu jednostajnego  $U(\theta, 2)$ ,  $\theta < 2$ , oraz  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  będzie próbą zadaną następująco:

$$Y_i = 5X_i + 7, \quad i = 1, 2, \dots$$

- (a) (2pkt) Wyznacz rozkład (dystrybuantę i gęstość) zmiennej losowej  $Y_1$ .
- (b) (5pkt) Wyznacz estymator parametru  $\theta$  metodą największej wiarygodności oparty na próbie  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ . Przeprowadź w tym celu dokładne rozumowanie.
- (c) (4pkt) Wyznacz dystrybuantę rozkładu estymatora największej wiarygodności wyznaczonego w (b).

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 2(7pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = \frac{3^\theta x^{\theta-1}}{\Gamma(\theta)} e^{-3x} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x).$$

- (a) (3pkt) Wyznacz metodą momentów estymator parametru  $\theta$  korzystając z pierwszego momentu.
- (b) (2pkt) Sprawdź czy otrzymany estymator jest nieobciążony.
- (c) (2pkt) Oblicz wariancję otrzymanego estymatora.

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 3(7pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu Poissona z parametrem  $\lambda > 0$  oraz  $Y$  będzie zmienną losową niezależną od tej próby o rozkładzie geometrycznym:

$$P(Y = k) = p(1 - p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Niech

$$Z = \max(X_Y, 1).$$

- (a) (4pkt) Oblicz  $P(Z = 1)$ .
- (b) (3pkt) Oblicz  $P(Z = k)$  dla  $k = 2, 3, \dots$ .

**Powodzenia:)**

Imię i Nazwisko:

brudnopis

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 1(7pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = \frac{5^\theta x^{\theta-1}}{\Gamma(\theta)} e^{-5x} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x).$$

- (a) (3pkt) Wyznacz metodą momentów estymator parametru  $\theta$  korzystając z pierwszego momentu.
- (b) (2pkt) Sprawdź czy otrzymany estymator jest nieobciążony.
- (c) (2pkt) Oblicz wariancję otrzymanego estymatora.

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 2(11pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu jednostajnego  $U(\theta, 2)$ ,  $\theta < 2$ , oraz  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  będzie próbą zadaną następująco:

$$Y_i = 3X_i + 7, \quad i = 1, 2, \dots$$

- (a) (2pkt) Wyznacz rozkład (dystrybuantę i gęstość) zmiennej losowej  $Y_1$ .
- (b) (5pkt) Wyznacz estymator parametru  $\theta$  metodą największej wiarygodności oparty na próbie  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ . Przeprowadź w tym celu dokładne rozumowanie.
- (c) (4pkt) Wyznacz dystrybuantę rozkładu estymatora największej wiarygodności wyznaczonego w (b).

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 3(7pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu Poissona z parametrem  $\lambda > 0$  oraz  $Y$  będzie zmienną losową niezależną od tej próby o rozkładzie geometrycznym:

$$P(Y = k) = p(1 - p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Niech

$$Z = \max(X_Y, 2).$$

- (a) (4pkt) Oblicz  $P(Z = 2)$ .
- (b) (3pkt) Oblicz  $P(Z = k)$  dla  $k = 3, 4, \dots$ .

**Powodzenia:)**

Imię i Nazwisko:

brudnopis



Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 1(11pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu jednostajnego  $U(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ , oraz  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  będzie próbą zadaną następująco:

$$Y_i = e^{X_i}, \quad i = 1, 2, \dots$$

- (a) (2pkt) Wyznacz rozkład (dystrybuantę i gęstość) zmiennej losowej  $Y_1$ .
- (b) (5pkt) Wyznacz estymator parametru  $\theta$  metodą największej wiarygodności oparty na próbie  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ . Przeprowadź w tym celu dokładne rozumowanie.
- (c) (4pkt) Wyznacz dystrybuantę rozkładu estymatora największej wiarygodności wyznaczonego w (b).

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 2(5pkt):**Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = \theta(\theta + 1)x^{\theta-1}(1 - x)\mathbf{1}_{(0,1)}(x).$$

Wyznacz metodą momentów estymator parametru  $\theta$  korzystając z pierwszego momentu.

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 3(9pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = 12x^2(1-x)\mathbf{1}_{(0,1)}(x),$$

oraz  $Y$  będzie zmienną losową niezależną od tej próby o rozkładzie:

$$P(Z = 1) = \frac{1}{2} = P(Z = 2)$$

podczas gdy  $Z$  jest zmienną losową niezależną od próby i zmiennej  $Y$  taką, że

$$P(Y = 1) = \frac{1}{3} = P(Y = 2) = P(Y = 3).$$

- (a) (1pkt) Znajdź dystrybuantę rozkładu o gęstości  $f(x)$ .
- (b) (8pkt) Znajdź rozkład (gęstość i dystrybuantę) statystyki  $M_{Y,Z} = \max(X_Y, X_Z)$ .

**Powodzenia:)**

Imię i Nazwisko:

brudnopis

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 1(9pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = 12x^2(1-x)\mathbf{1}_{(0,1)}(x),$$

oraz  $Y$  będzie zmienną losową niezależną od tej próby o rozkładzie:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{2} = P(Y = 2)$$

podczas gdy  $Z$  jest zmienną losową niezależną od próby i zmiennej  $Y$  taką, że

$$P(Z = 3) = \frac{1}{3} = P(Z = 4) = P(Z = 5).$$

- (a) (1pkt) Znajdź dystrybuantę rozkładu o gęstości  $f(x)$ .
- (b) (8pkt) Znajdź rozkład (gęstość i dystrybuantę) statystyki  $M_{Y,Z} = \max(X_Y, X_Z)$ .

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

zadanie 2(5pkt):

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu o gęstości:

$$f(x) = (\theta + 1)(\theta + 2)x^\theta(1 - x)\mathbf{1}_{(0,1)}(x).$$

Wyznacz metodą momentów estymator parametru  $\theta$  korzystając z pierwszego momentu.

Imię i Nazwisko:

nr indeksu:

**zadanie 3(11pkt):**

Niech  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  będzie próbą z rozkładu jednostajnego  $U(0, \theta + 1)$ ,  $\theta > 0$ , oraz  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  będzie próbą zadaną następująco:

$$Y_i = e^{X_i}, \quad i = 1, 2, \dots$$

- (a) (2pkt) Wyznacz rozkład (dystrybuantę i gęstość) zmiennej losowej  $Y_1$ .
- (b) (5pkt) Wyznacz estymator parametru  $\theta$  metodą największej wiarygodności oparty na próbie  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ . Przeprowadź w tym celu dokładne rozumowanie.
- (c) (4pkt) Wyznacz dystrybuantę rozkładu estymatora największej wiarygodności wyznaczonego w (b).

**Powodzenia:)**

Imię i Nazwisko:

brudnopis