

19	20	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1A, KOŁOKWIUM nr 10, 13.12.2011, godz. 10.15-11.00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **19.** (5 punktów)

Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + \sqrt{n} - 4}}{8n^4 - 3n^3 + 5}$$

w zależności od parametru naturalnego k .

Rozwiązanie:

Szacujemy dany w zadaniu szereg od góry

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + \sqrt{n} - 4}}{8n^4 - 3n^3 + 5} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + n^k - 0}}{8n^4 - 3n^4 + 0} = \frac{3}{5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{4-k/2}}.$$

Ostatni szereg jest zbieżny, gdy $4 - k/2 > 1$, czyli $k < 6$. Zatem na mocy kryterium porównawczego wyjściowy szereg jest zbieżny dla $k \leq 5$.

Szacowanie z dołu prowadzi do

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + \sqrt{n} - 4}}{8n^4 - 3n^3 + 5} \geq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + 0 - 4n^k}}{8n^4 - 0 + 5n^4} = \frac{2}{13} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{4-k/2}}.$$

Ostatni szereg jest rozbieżny, gdy $4 - k/2 \leq 1$, czyli $k \geq 6$. Zatem na mocy kryterium porównawczego wyjściowy szereg jest rozbieżny dla $k \geq 6$.

Odpowiedź: Szereg jest zbieżny dla $k \leq 5$, a rozbieżny dla $k \geq 6$.

Zadanie **20.** (6 punktów)

W zadaniu **20.1** za udzielenie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz **max**(0, $n - 9$) punktów.

W zadaniu **20.2** za udzielenie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz **max**(0, $n - 3$) punktów.

20.1 (3 punkty) Czy podany szereg jest zbieżny

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+3}}$ TAK

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+3}}$ NIE

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}\sqrt[3]{n+3}}$ TAK

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}\sqrt[3]{n+3}}$ NIE

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+9}}$ TAK

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+9}}$ NIE

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}\sqrt[3]{n^2+9}}$ TAK

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}\sqrt[3]{n^2+9}}$ TAK

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n+2}}{\sqrt[3]{n+3}}$ NIE

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\sqrt{n+2}}{\sqrt[3]{n+3}}$ NIE

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[3]{n^2+9}}{\sqrt{n+2}}$ NIE

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\sqrt[3]{n^2+9}}{\sqrt{n+2}}$ NIE

20.2 (3 punkty) Podać wartości granic

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{(\sqrt{37}-5)} x = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{(\sqrt{37}-6)} x = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \log_{(\sqrt{37}-5)} x = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \log_{(\sqrt{37}-6)} x = 0$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{(\sqrt{37}-5)} x = +\infty$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{(\sqrt{37}-6)} x = -\infty$