

27	28	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1A, KOŁOKWIUM nr 14, 17.01.2012, godz. 10.15-11.00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **27.** (4+2=6 punktów)

Niech funkcja $f : [8, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$.

Zdanie Z: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [8, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq C \cdot |x - y|.$$

a) Dowieść, że **zdanie Z** jest prawdziwe dla $C = 1/60$.

b) Dowieść, że **zdanie Z** jest fałszywe dla $C = 1/80$.

Zadanie **28.** (9 punktów)

W każdym z zadań **28.1-28.9** podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

28.1. $A = \left\{ \frac{1}{x^2 + 9} : x \in (-2, 1) \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

28.2. $B = \left\{ \frac{1}{x^3 + 9} : x \in (-2, 1) \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

28.3. $C = \left\{ \frac{1}{x^4 + 9} : x \in (-2, 1) \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

28.4. $D = \left\{ \frac{1}{10n - 43} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

28.5. $E = \left\{ \frac{1}{(10n - 43)^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

28.6. $F = \left\{ \frac{1}{(10n - 43)^2 + 7} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

28.7. $G = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^n} : k \in \mathbb{N} \setminus \{1\} \right\}$ Ocena

$\inf G = \dots\dots\dots$ $\sup G = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru G Czy kres górny należy do zbioru G

28.8. $H = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^n} : k \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3, 11, 12, 13\} \right\}$ Ocena

$\inf H = \dots\dots\dots$ $\sup H = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru H Czy kres górny należy do zbioru H

28.9. $I = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^n} : k \in \{6, 7, 16, 17\} \right\}$ Ocena

$\inf I = \dots\dots\dots$ $\sup I = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru I Czy kres górny należy do zbioru I