

|           |           |          |
|-----------|-----------|----------|
| <b>23</b> | <b>24</b> | $\Sigma$ |
|           |           |          |

Nazwisko

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

0

Imię

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Indeks

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

**ANALIZA 1A, KOŁOKWIUM nr 12, 15.01.2013, godz. 10.15-11.00**

Wykład: J. Wróblewski

**PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW**

*Zadanie* **23.** (5 punktów)

W każdym z dziewięciu poniższych zadań podaj wartość granicy ciągu (liczba rzeczywista) lub granicy niewłaściwej ( $+\infty$  lub  $-\infty$ ).

Wpisz literkę **R**, jeśli granica nie istnieje (tzn. gdy ciąg występujący pod znakiem granicy jest rozbieżny, ale nie jest to rozbieżność do  $+\infty$  ani do  $-\infty$ ).

Za udzielenie  $n$  poprawnych odpowiedzi otrzymasz **max(0,  $n-4$ ) punktów**.

23.1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(n+8)}{\log_2 n} =$  1

23.2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(n+8) - \log_2 n) =$  0

23.3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(n+8) =$  1

23.4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(8n+1)}{\log_2 n} =$  1

23.5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(8n+1) - \log_2 n) =$  3

23.6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(8n+1) =$  1

23.7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(n^8+1)}{\log_2 n} =$  8

23.8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(n^8+1) - \log_2 n) =$   $+\infty$

23.9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(n^8+1) =$  8

**Zadanie 24.** (5 punktów)

Wyznaczyć promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+35)^{n^2} \cdot x^{5n}}{n^{n^2}}.$$

*Rozwiązanie:*

Stosujemy do danego w zadaniu szeregu potęgowego kryterium Cauchy'ego:

$$\sqrt[n]{\frac{(n+35)^{n^2} \cdot |x|^{5n}}{n^{n^2}}} = \frac{(n+35)^n \cdot |x|^5}{n^n} = \left(1 + \frac{35}{n}\right)^n \cdot |x|^5 \rightarrow e^{35} \cdot |x|^5,$$

gdzie ostatnia zbieżność ma miejsce przy  $n \rightarrow +\infty$ .

Szereg jest więc zbieżny, gdy  $e^{35} \cdot |x|^5 < 1$ , czyli  $|x| < e^{-7}$ , natomiast jest rozbieżny, gdy  $e^{35} \cdot |x|^5 > 1$ , czyli  $|x| > e^{-7}$ .

**Odpowiedź:** Dany w zadaniu szereg potęgowy ma promień zbieżności  $e^{-7}$ .