

17	18	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1A, KOŁOKWIUM nr 9, 11.12.2012, godz. 10.15-11.00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **17.** (7 punktów)

W każdym z dziewięciu poniższych zadań podaj wartość granicy funkcji (liczba rzeczywista) lub granicy niewłaściwej ($+\infty$ lub $-\infty$).

Wpisz literkę **R**, jeśli nie istnieje granica ani granica niewłaściwa.

Za udzielenie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz **$\max(0, n - 2)$ punktów.**

17.1 $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{x - 64} =$ 1/48

17.2 $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{x - 64}{\sqrt{x} - 8} =$ 16

17.3 $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt{x} - 8} =$ 1/3

17.4 $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{1/x}} =$ $+\infty$

17.5 $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{1/x}} =$ 1

17.6 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{1/x}} =$ 2

17.7 $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{2^{1/x}}} =$ $+\infty$

17.8 $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{2^{1/x}}} =$ 2

17.9 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{2^{1/x}}} =$ 4

Zadanie **18.** (5 punktów)

Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)! \cdot a^n}{n! \cdot n^{2n}}$$

w zależności od parametru rzeczywistego dodatniego a . Dla jednej wartości a można nie udzielić odpowiedzi.

Rozwiązanie:

Stosując kryterium d'Alemberta otrzymujemy

$$\frac{(3n+3)! \cdot a^{n+1}}{(n+1)! \cdot (n+1)^{2n+2}} \cdot \frac{n! \cdot n^{2n}}{(3n)! \cdot a^n} = \frac{(3n+1) \cdot (3n+2) \cdot (3n+3) \cdot a}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} \cdot (n+1)^3} \rightarrow \frac{27a}{e^2},$$

skąd wynika, że szereg jest zbieżny, gdy

$$\frac{27a}{e^2} < 1, \quad \text{czyli} \quad a < \frac{e^2}{27}$$

oraz rozbieżny, gdy

$$\frac{27a}{e^2} > 1, \quad \text{czyli} \quad a > \frac{e^2}{27}.$$