

**1.** Czy dowolna liczba naturalna o sumie cyfr równej 75 jest podzielna przez

- a) 3;
- b) 5;
- c) 9;
- d) 25?

**2.** Czy dowolna liczba naturalna o dwucyfrowej końcówce 75 jest podzielna przez

- a) 25;
- b) 9;
- c) 5;
- d) 3?

**3.** Czy dla podanej liczby  $q$  istnieje taka liczba pierwsza  $p$  oraz taka liczba całkowita dodatnia  $n$ , że liczba  $p$  jest mniejsza o  $q\%$  od liczby  $n^2$ .

- a)  $q = 88$ ;
- b)  $q = 89$ ;
- c)  $q = 25$ ;
- d)  $q = 86$ ?

**4.** Czy w dowolnym postępie geometrycznym  $a_1, a_2, a_3, \dots$  zachodzi równość

- a)  $a_4 \cdot a_{20} = a_{12}^2$ ;
- b)  $a_1 \cdot a_{11} = a_6^2$ ;
- c)  $a_2 \cdot a_{15} = a_8^2$ ;
- d)  $a_3 \cdot a_{19} = a_{10}^2$ ?

5. Czy istnieje  $n$ -kąć wypukły, w którym każdy kąt wewnętrzny ma miarę  $90^\circ$  lub  $150^\circ$ , jeżeli

- a)  $n = 6$ ;
- b)  $n = 10$ ;
- c)  $n = 9$ ;
- d)  $n = 12$ ?

6. Czy istnieje  $n$ -kąć wypukły, w którym każdy kąt wewnętrzny ma miarę  $150^\circ$  lub  $170^\circ$ , jeżeli

- a)  $n = 40$ ;
- b)  $n = 22$ ;
- c)  $n = 12$ ;
- d)  $n = 15$ ?

7. Czy nierówność  $2x^2 + 3 < 5x$  jest prawdziwa dla

- a)  $x = \log_2 3$ ;
- b)  $x = \log_3 5$ ;
- c)  $x = \log_5 11$ ;
- d)  $x = \log_4 7$ ?

8. Czy liczba  $\log_3 4^x \cdot \log_8 9^y$  jest całkowita, jeżeli

- a)  $x = 49, \quad y = 44$ ;
- b)  $x = 32, \quad y = 33$ ;
- c)  $x = 27, \quad y = 25$ ;
- d)  $x = 25, \quad y = 16$ ?

**9.** Czy podana nierówność jest prawdziwa

- a)  $17^{\log_7 13} < 14^{\log_7 17}$  ;
- b)  $7^{\log_3 11} < 10^{\log_3 7}$  ;
- c)  $5^{\log_2 7} < 7^{\log_2 6}$  ;
- d)  $13^{\log_5 11} < 11^{\log_5 12}$  ?

**10.** Czy funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określona podanym wzorem spełnia warunek  $f(f(x)) = x$  dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$

- a)  $f(x) = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}|x|$  ;
- b)  $f(x) = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3}|x|$  ;
- c)  $f(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}|x|$  ;
- d)  $f(x) = -\frac{5}{3}x - \frac{4}{3}|x|$  ?

**11.** W dowolnym postępie arytmetycznym  $n$ -wyrazowym  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  o sumie 120 i jednym z wyrazów równym 15, co najmniej jeden z wyrazów jest równy  $w$ .

Dla podanej liczby  $n$  podać wszystkie liczby  $w \neq 15$ , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba  $w$  o żądanej własności nie istnieje.

- a)  
 $n = 15, \quad w = \dots\dots\dots$
- b)  
 $n = 6, \quad w = \dots\dots\dots$
- c)  
 $n = 8, \quad w = \dots\dots\dots$
- d)  
 $n = 12, \quad w = \dots\dots\dots$

**12.** Dla podanej liczby naturalnej  $k$  podać **największą** liczbę całkowitą dodatnią  $d$ , dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Dla dowolnych liczb całkowitych  $m, n$ , jeżeli iloczyn  $mn$  jest podzielny przez  $k$ , to co najmniej jedna z liczb  $m, n$  jest podzielna przez  $d$ .

- a)  
 $k = 12^5, \quad d = \dots\dots\dots$
- b)  
 $k = 56^2, \quad d = \dots\dots\dots$
- c)  
 $k = 56^3, \quad d = \dots\dots\dots$
- d)  
 $k = 12^4, \quad d = \dots\dots\dots$

**13.** Dla podanych  $a, b, c$  podać takie  $d$ , aby istniał czworokąt wypukły o bokach długości (z zachowaniem kolejności)  $a, b, c, d$ , w który można wpisać okrąg. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba  $d$  o żądanej własności nie istnieje.

- a)  $a = 1, b = 4, c = 8, d = \dots\dots\dots$
- b)  $a = 5, b = 11, c = 10, d = \dots\dots\dots$
- c)  $a = 1, b = 5, c = 7, d = \dots\dots\dots$
- d)  $a = 4, b = 9, c = 8, d = \dots\dots\dots$

**14.** Dla podanych  $a, b, c$  podać takie  $d$ , aby istniał czworokąt wypukły o bokach długości (z zachowaniem kolejności)  $a, b, c, d$ , w którym przekątne są prostopadłe. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba  $d$  o żądanej własności nie istnieje.

- a)  $a = 5, b = 11, c = 10, d = \dots\dots\dots$
- b)  $a = 1, b = 5, c = 7, d = \dots\dots\dots$
- c)  $a = 4, b = 9, c = 8, d = \dots\dots\dots$
- d)  $a = 1, b = 4, c = 8, d = \dots\dots\dots$

**15.** Dla podanej miary kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  różną od  $\alpha$  i spełniającą równość  $\cos \alpha = \cos \beta$ .

- a)  $\alpha = 100^\circ, \beta = \dots\dots\dots$
- b)  $\alpha = 400^\circ, \beta = \dots\dots\dots$
- c)  $\alpha = 180^\circ, \beta = \dots\dots\dots$
- d)  $\alpha = 300^\circ, \beta = \dots\dots\dots$