

1. Czy istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości

- a) 30, 40, 43;
- b) 30, 40, 50;
- c) 30, 40, 61;
- d) 30, 40, 73?

2. Czy istnieje taka liczba całkowita dodatnia n oraz takie jej dzielniki d_1, d_2 , że d_1 jest większy od d_2

- a) o 1313%;
- b) o 1300%;
- c) o 200%;
- d) o 37%?

3. Czy nierówność $\binom{n}{k} < \binom{n}{2k}$ jest prawdziwa dla

- a) $n = 30, k = 10$;
- b) $n = 20, k = 6$;
- c) $n = 50, k = 17$;
- d) $n = 40, k = 13$?

4. Czy równość $\sqrt{m^2} = m$, gdzie $m = n^n$, jest prawdziwa dla

- a) $n = 2^{41} - 3^{24}$;
- b) $n = 3^{41} - 5^{28}$;
- c) $n = 2^{41} - 3^{28}$;
- d) $n = 3^{43} - 5^{28}$?

5. Czy równość $\cos 4\alpha = \sin 14\alpha$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 5^\circ$;
- b) $\alpha = 10^\circ$;
- c) $\alpha = 9^\circ$;
- d) $\alpha = 12^\circ$?

6. Dane są takie liczby całkowite k, m, n , że iloczyn kmn jest podzielny przez $2^{10} \cdot 3^{20} \cdot 5^{30}$. Czy stąd wynika, że co najmniej jedna z liczb k, m, n jest podzielna przez

- a) $3^6 \cdot 5^{10}$;
- b) 5^{11} ;
- c) 2^5 ;
- d) 3^7 ?

7. Czy nierówność $x^2 + 3 < 4x$ jest prawdziwa dla

- a) $x = \log_2 7$;
- b) $x = \log_3 29$;
- c) $x = \log_4 61$;
- d) $x = \log_5 127$?

8. Czy nierówność $\log_a b < \log_c d$ jest prawdziwa, jeżeli

$a = 2^{3^x}$, $b = 2^{3^y}$, $c = 2^{3^z}$, $d = 2^{3^t}$, gdzie

- a) $x = 15$, $y = 10$, $z = 21$, $t = 14$;
- b) $x = 14$, $y = 7$, $z = 30$, $t = 15$;
- c) $x = 24$, $y = 48$, $z = 5$, $t = 10$;
- d) $x = 10$, $y = 20$, $z = 12$, $t = 24$?

9. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $7^{\log_3 2} < 2^{\log_5 7}$;
- b) $3^{\log_7 5} < 5^{\log_2 3}$;
- c) $2^{\log_5 3} < 3^{\log_7 2}$;
- d) $5^{\log_2 7} < 7^{\log_3 5}$?

10. Przypomnienie: zakładamy, że wyrazy postępu geometrycznego są różne od zera.

Czy iloczyn wyrazów dowolnego postępu geometrycznego n -wyrazowego jest dodatni, jeżeli

- a) $n = 2016$;
- b) $n = 2015$;
- c) $n = 2013$;
- d) $n = 2014$?

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie 90, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 15, \quad w = \dots\dots\dots$

b) $n = 5, \quad w = \dots\dots\dots$

c) $n = 9, \quad w = \dots\dots\dots$

d) $n = 10, \quad w = \dots\dots\dots$

12. Dla podanych liczb a, b podać taką liczbę rzeczywistą c , aby zachodziła równość $\log_a b = \log_b c$.

a) $a = 9, \quad b = 3, \quad c = \dots\dots\dots$

b) $a = 5^4, \quad b = 5^6, \quad c = \dots\dots\dots$

c) $a = 7^{5^4}, \quad b = 7^{5^6}, \quad c = \dots\dots\dots$

d) $a = 3, \quad b = 9, \quad c = \dots\dots\dots$

13. Dla podanej liczby naturalnej a podać takie liczby całkowite dodatnie b, c , że trójkąt o bokach długości a, b, c jest prostokątny, a przy tym c jest długością jego przeciwprostokątnej. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby b, c o żądanej własności nie istnieją.

a) $a = 5, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$

b) $a = 9, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$

c) $a = 3, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$

d) $a = 7, \quad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $-\frac{3}{2} < \log_9 x < \frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{3}{2}$

c) $-\frac{3}{5} < \log_{32} x < \frac{4}{5}$

d) $\frac{1}{3} < \log_{64} x < \frac{1}{2}$

15. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $\frac{1}{2} < \log_x 8 < 3$

b) $-3 < \log_x 64 < -2$

c) $-\frac{1}{2} < \log_x 9 < 2$

d) $-2 < \log_x 4 < \frac{1}{3}$

16. Dany jest n -kąt foremny wpisany w okrąg o promieniu 1. Podać liczbę jego przekątnych krótszych od 1.

a) $n = 42$, liczba przekątnych krótszych od 1:

b) $n = 17$, liczba przekątnych krótszych od 1:

c) $n = 12$, liczba przekątnych krótszych od 1:

d) $n = 25$, liczba przekątnych krótszych od 1: