

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba n jest podzielna przez 125^k .

- a) $n = 20142014120142015^{11}$, $k = \mathbf{3}$
- b) $n = 20142014120142025^{22}$, $k = \mathbf{14}$
- c) $n = 20142014120142075^{33}$, $k = \mathbf{22}$
- d) $n = 20142014120142080^{44}$, $k = \mathbf{14}$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2017}$, $k = \mathbf{18}$
- b) $n = 12^{2016}$, $k = \mathbf{1}$
- c) $n = 12^{2015}$, $k = \mathbf{12}$
- d) $n = 12^{2014}$, $k = \mathbf{18}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
- b) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-5, 3) \cup (5, +\infty)$
- c) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-\infty, -5) \cup (-2, 2) \cup (5, +\infty)$
- d) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$

4. Podać największy wspólny dzielnik, gdzie $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ jest iloczynem liczb całkowitych dodatnich nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n .

- a) $\text{NWD}(29!!, 30^2) = \mathbf{15^2 = 225}$
- b) $\text{NWD}(24!!, 25^2) = \mathbf{25}$
- c) $\text{NWD}(26!!, 27^2) = \mathbf{3^5 = 243}$
- d) $\text{NWD}(27!!, 28^2) = \mathbf{49}$

5. Dany jest n -kąt foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

- a) $n = 6, \quad \mathbf{90^\circ}$
- b) $n = 18, \quad \mathbf{150^\circ}$
- c) $n = 9, \quad \mathbf{120^\circ}$
- d) $n = 27, \quad \mathbf{160^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

- a) $n = 7^3 \cdot 51, \quad k = \mathbf{49}$
- b) $n = 7^3 \cdot 47, \quad k = \mathbf{49}$
- c) $n = 3^5 \cdot 5^3, \quad k = \mathbf{27}$
- d) $n = 3^5 \cdot 8^3, \quad k = \mathbf{32}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 11, \quad x = \mathbf{88}$
- b) $n = 21, \quad x = \mathbf{84}$
- c) $n = 124, \quad x = \mathbf{62}$
- d) $n = 41, \quad x = \mathbf{82}$

8. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 5, \quad n = \mathbf{124}$
- b) $k = 4, \quad n = \mathbf{63}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{80}$
- d) $k = 2, \quad n = \mathbf{31}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k})}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 10, \quad n = \mathbf{29}$
- b) $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{8}$
- d) $k = 7, \quad n = \mathbf{20}$

10. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6, **4**
- b) 5, 7, 4, **2**
- c) 5, 7, 5, **3**
- d) 5, 7, 7, **5**

11. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6, $\sqrt{12}$
- b) 5, 7, 5, **1**
- c) 5, 7, 7, **5**
- d) 5, 7, 4, **NIE**

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_3 x| - 1)^3 < 1, \quad (1/9, 9)$
- b) $(|\log_3 x| - 2)^4 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (1/3, 3) \cup (27, +\infty)$
- c) $(|\log_3 x| - 2)^5 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (27, +\infty)$
- d) $(|\log_3 x| - 1)^2 < 1, \quad (1/9, 1) \cup (1, 9)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba n jest podzielna przez 125^k .

- a) $n = 20142014120142075^{33}$, $k = \mathbf{22}$
- b) $n = 20142014120142025^{22}$, $k = \mathbf{14}$
- c) $n = 20142014120142015^{11}$, $k = \mathbf{3}$
- d) $n = 20142014120142080^{44}$, $k = \mathbf{14}$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2014}$, $k = \mathbf{18}$
- b) $n = 12^{2015}$, $k = \mathbf{12}$
- c) $n = 12^{2017}$, $k = \mathbf{18}$
- d) $n = 12^{2016}$, $k = \mathbf{1}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-\infty, -5) \cup (-2, 2) \cup (5, +\infty)$
- b) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
- c) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-5, 3) \cup (5, +\infty)$
- d) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$

4. Podać największy wspólny dzielnik, gdzie $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ jest iloczynem liczb całkowitych dodatnich nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n .

a) $\text{NWD}(29!!, 30^2) = \mathbf{15^2 = 225}$

b) $\text{NWD}(27!!, 28^2) = \mathbf{49}$

c) $\text{NWD}(26!!, 27^2) = \mathbf{3^5 = 243}$

d) $\text{NWD}(24!!, 25^2) = \mathbf{25}$

5. Dany jest n -kąt foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

a) $n = 27, \quad \mathbf{160^\circ}$

b) $n = 18, \quad \mathbf{150^\circ}$

c) $n = 9, \quad \mathbf{120^\circ}$

d) $n = 6, \quad \mathbf{90^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 7^3 \cdot 47, \quad k = \mathbf{49}$

b) $n = 3^5 \cdot 8^3, \quad k = \mathbf{32}$

c) $n = 7^3 \cdot 51, \quad k = \mathbf{49}$

d) $n = 3^5 \cdot 5^3, \quad k = \mathbf{27}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 11, \quad x = \mathbf{88}$
- b) $n = 21, \quad x = \mathbf{84}$
- c) $n = 41, \quad x = \mathbf{82}$
- d) $n = 124, \quad x = \mathbf{62}$

8. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 2, \quad n = \mathbf{31}$
- b) $k = 4, \quad n = \mathbf{63}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{80}$
- d) $k = 5, \quad n = \mathbf{124}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k})}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$
- b) $k = 7, \quad n = \mathbf{20}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{8}$
- d) $k = 10, \quad n = \mathbf{29}$

10. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 7, **5**
- b) 5, 7, 6, **4**
- c) 5, 7, 4, **2**
- d) 5, 7, 5, **3**

11. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 4, **NIE**
- b) 5, 7, 6, $\sqrt{12}$
- c) 5, 7, 7, **5**
- d) 5, 7, 5, **1**

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_3 x| - 1)^3 < 1, \quad (1/9, 9)$
- b) $(|\log_3 x| - 2)^4 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (1/3, 3) \cup (27, +\infty)$
- c) $(|\log_3 x| - 1)^2 < 1, \quad (1/9, 1) \cup (1, 9)$
- d) $(|\log_3 x| - 2)^5 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (27, +\infty)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba n jest podzielna przez 125^k .

- a) $n = 20142014120142075^{33}$, $k = \mathbf{22}$
- b) $n = 20142014120142015^{11}$, $k = \mathbf{3}$
- c) $n = 20142014120142080^{44}$, $k = \mathbf{14}$
- d) $n = 20142014120142025^{22}$, $k = \mathbf{14}$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2017}$, $k = \mathbf{18}$
- b) $n = 12^{2015}$, $k = \mathbf{12}$
- c) $n = 12^{2014}$, $k = \mathbf{18}$
- d) $n = 12^{2016}$, $k = \mathbf{1}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-5, 3) \cup (5, +\infty)$
- b) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
- c) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-\infty, -5) \cup (-2, 2) \cup (5, +\infty)$
- d) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$

4. Podać największy wspólny dzielnik, gdzie $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ jest iloczynem liczb całkowitych dodatnich nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n .

a) $\text{NWD}(29!!, 30^2) = \mathbf{15^2 = 225}$

b) $\text{NWD}(26!!, 27^2) = \mathbf{3^5 = 243}$

c) $\text{NWD}(27!!, 28^2) = \mathbf{49}$

d) $\text{NWD}(24!!, 25^2) = \mathbf{25}$

5. Dany jest n -kąt foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

a) $n = 9, \quad \mathbf{120^\circ}$

b) $n = 6, \quad \mathbf{90^\circ}$

c) $n = 27, \quad \mathbf{160^\circ}$

d) $n = 18, \quad \mathbf{150^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 7^3 \cdot 47, \quad k = \mathbf{49}$

b) $n = 3^5 \cdot 8^3, \quad k = \mathbf{32}$

c) $n = 7^3 \cdot 51, \quad k = \mathbf{49}$

d) $n = 3^5 \cdot 5^3, \quad k = \mathbf{27}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 21, \quad x = \mathbf{84}$
- b) $n = 41, \quad x = \mathbf{82}$
- c) $n = 11, \quad x = \mathbf{88}$
- d) $n = 124, \quad x = \mathbf{62}$

8. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 5, \quad n = \mathbf{124}$
- b) $k = 4, \quad n = \mathbf{63}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{80}$
- d) $k = 2, \quad n = \mathbf{31}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k})}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$
- b) $k = 10, \quad n = \mathbf{29}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{8}$
- d) $k = 7, \quad n = \mathbf{20}$

10. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 5, **3**
- b) 5, 7, 6, **4**
- c) 5, 7, 4, **2**
- d) 5, 7, 7, **5**

11. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6, $\sqrt{12}$
- b) 5, 7, 7, **5**
- c) 5, 7, 5, **1**
- d) 5, 7, 4, **NIE**

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_3 x| - 2)^4 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (1/3, 3) \cup (27, +\infty)$
- b) $(|\log_3 x| - 2)^5 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (27, +\infty)$
- c) $(|\log_3 x| - 1)^2 < 1, \quad (1/9, 1) \cup (1, 9)$
- d) $(|\log_3 x| - 1)^3 < 1, \quad (1/9, 9)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba n jest podzielna przez 125^k .

- a) $n = 20142014120142015^{11}$, $k = \mathbf{3}$
- b) $n = 20142014120142080^{44}$, $k = \mathbf{14}$
- c) $n = 20142014120142025^{22}$, $k = \mathbf{14}$
- d) $n = 20142014120142075^{33}$, $k = \mathbf{22}$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2017}$, $k = \mathbf{18}$
- b) $n = 12^{2014}$, $k = \mathbf{18}$
- c) $n = 12^{2016}$, $k = \mathbf{1}$
- d) $n = 12^{2015}$, $k = \mathbf{12}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-\infty, -5) \cup (-2, 2) \cup (5, +\infty)$
- b) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
- c) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$
- d) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-5, 3) \cup (5, +\infty)$

4. Podać największy wspólny dzielnik, gdzie $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ jest iloczynem liczb całkowitych dodatnich nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n .

a) $\text{NWD}(29!!, 30^2) = \mathbf{15^2 = 225}$

b) $\text{NWD}(27!!, 28^2) = \mathbf{49}$

c) $\text{NWD}(24!!, 25^2) = \mathbf{25}$

d) $\text{NWD}(26!!, 27^2) = \mathbf{3^5 = 243}$

5. Dany jest n -kąt foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

a) $n = 9, \quad \mathbf{120^\circ}$

b) $n = 6, \quad \mathbf{90^\circ}$

c) $n = 18, \quad \mathbf{150^\circ}$

d) $n = 27, \quad \mathbf{160^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 7^3 \cdot 47, \quad k = \mathbf{49}$

b) $n = 3^5 \cdot 8^3, \quad k = \mathbf{32}$

c) $n = 7^3 \cdot 51, \quad k = \mathbf{49}$

d) $n = 3^5 \cdot 5^3, \quad k = \mathbf{27}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 124, \quad x = \mathbf{62}$
- b) $n = 21, \quad x = \mathbf{84}$
- c) $n = 41, \quad x = \mathbf{82}$
- d) $n = 11, \quad x = \mathbf{88}$

8. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 5, \quad n = \mathbf{124}$
- b) $k = 4, \quad n = \mathbf{63}$
- c) $k = 3, \quad n = \mathbf{80}$
- d) $k = 2, \quad n = \mathbf{31}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k})}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 10, \quad n = \mathbf{29}$
- b) $k = 3, \quad n = \mathbf{8}$
- c) $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$
- d) $k = 7, \quad n = \mathbf{20}$

10. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 7, **5**
- b) 5, 7, 5, **3**
- c) 5, 7, 6, **4**
- d) 5, 7, 4, **2**

11. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6, $\sqrt{12}$
- b) 5, 7, 4, **NIE**
- c) 5, 7, 5, **1**
- d) 5, 7, 7, **5**

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_3 x| - 2)^5 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (27, +\infty)$
- b) $(|\log_3 x| - 2)^4 > 1, \quad (0, 1/27) \cup (1/3, 3) \cup (27, +\infty)$
- c) $(|\log_3 x| - 1)^3 < 1, \quad (1/9, 9)$
- d) $(|\log_3 x| - 1)^2 < 1, \quad (1/9, 1) \cup (1, 9)$