

1. Czy liczba n ma dzielnik, który stanowi więcej niż 10% liczby n i jednocześnie mniej niż 13% liczby n , jeżeli

- a) $n = 2006$;
- b) $n = 2007$;
- c) $n = 2008$;
- d) $n = 2009$?

2. Czy istnieje taka liczba całkowita dodatnia n , że liczba n -cyfrowa, której zapis dziesiętny składa się z n dwójek, jest podzielna przez

- a) 9;
- b) 6;
- c) 5;
- d) 4?

3. Czy równość

$$x^8 - y^8 = xy(x - y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$$

jest prawdziwa dla

- a) $x = 3, y = 3$;
- b) $x = 2, y = 3$;
- c) $x = 3, y = 2$;
- d) $x = 3, y = 3/2$?

4. Czy istnieje rosnący postęp geometryczny 42-wyrazowy o wyrazach całkowitych dodatnich, którego suma wyrazów daje przy dzieleniu przez 7 resztę

- a) 3;
- b) 0;
- c) 1;
- d) 2?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $(2 - \sqrt{5})^{125} < 2^{-400}$;
- b) $(2 - \sqrt{3})^{125} < 2^{-400}$;
- c) $(2 - \sqrt{5})^{144} < 2^{-444}$;
- d) $(2 - \sqrt{3})^{144} < 2^{-300}$?

6. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $(4 - \sqrt{15})^{125} < 2^{-222}$;
- b) $(4 - \sqrt{15})^{100} < 2^{-333}$;
- c) $(4 - \sqrt{17})^{100} < 2^{-222}$;
- d) $(4 - \sqrt{17})^{125} < 2^{-444}$?

7. Na potrzeby tego zadania, liczbę naturalną k nazwiemy *ładną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której kwadrat ma sumę cyfr równą k . Wiadomo, że wśród 11 kolejnych liczb naturalnych od 2010 do 2020 dokładnie 5 jest *ładnych*. Czy wobec tego *ładną* liczbą jest

- a) 2013 ;
- b) 2015 ;
- c) 2020 ;
- d) 2016 ?

8. Na potrzeby tego zadania, liczbę naturalną k nazwiemy *fajną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której sześćcian ma sumę cyfr równą k . Wiadomo, że wśród 11 kolejnych liczb naturalnych od 2010 do 2020 dokładnie 3 są *fajne*. Czy wobec tego *fajną* liczbą jest

- a) 2020 ;
- b) 2016 ;
- c) 2015 ;
- d) 2013 ?

9. Czy nierówność $(x^x - 4)(x^x - 27) < 0$ jest prawdziwa dla

- a) $x = \sqrt{10}$;
- b) $x = \sqrt{5}$;
- c) $x = \sqrt{3}$;
- d) $x = \sqrt{6}$?

10. Czy liczba n^n jest szóstą potęgą liczby całkowitej, jeżeli

- a) $n = 30$;
- b) $n = 27$;
- c) $n = 8$;
- d) $n = 9$?

11. Czy liczba n^n jest ósmą potęgą liczby całkowitej, jeżeli

- a) $n = 100$;
- b) $n = 4$;
- c) $n = 80$;
- d) $n = 81$?

12. W pewnym postępie arytmetycznym 11-wyrazowym o wyrazach rzeczywistych pewne trzy wyrazy (niekoniecznie kolejne) są równe 6, 30, 66. Czy stąd wynika, że w tym postępie występuje liczba

- a) 15;
- b) 42;
- c) 90;
- d) 12?

13. W pewnym postępie arytmetycznym 11-wyrazowym o wyrazach rzeczywistych pewne trzy wyrazy (niekoniecznie kolejne) są równe 6, 30, 66. Czy stąd wynika, że w tym postępie **nie** występuje liczba

- a) 15;
- b) 90;
- c) 12;
- d) 42?

14. O ile procent liczba kn jest większa od liczby całkowitej dodatniej n , jeżeli

a)
 $k = 50$ – o%

b)
 $k = 5$ – o%

c)
 $k = 20$ – o%

d)
 $k = 10$ – o%

15. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 8^k .

a)
 $n = 123456789200037^{37}$, $k = \dots\dots\dots$

b)
 $n = 123456789200060^{50}$, $k = \dots\dots\dots$

c)
 $n = 123456789200038^{40}$, $k = \dots\dots\dots$

d)
 $n = 123456789200048^{45}$, $k = \dots\dots\dots$

16. Podać liczbę całkowitą dodatnią n , dla której prawdziwe jest następujące twierdzenie: W dowolnym postępie arytmetycznym n wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ suma wyrazów jest równa

a)
 $n \cdot \frac{a_{10} + a_{12}}{2}$ – dla $n = \dots\dots\dots$

b)
 $n \cdot \frac{a_4 + a_7}{2}$ – dla $n = \dots\dots\dots$

c)
 $n \cdot a_5$ – dla $n = \dots\dots\dots$

d)
 $n \cdot (2a_{12} - a_{11})$ – dla $n = \dots\dots\dots$

17. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)
 $(x-1)^{2013} \cdot (x-2)^{2013} > 0,$

b)
 $(x-1)^{2014} \cdot (x-2)^{2013} > 0,$

c)
 $(x-1)^{2014} \cdot (x-2)^{2014} > 0,$

d)
 $(x-1)^{2013} \cdot (x-2)^{2014} > 0,$

18. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)
 $(|x|-1)^{2014} \cdot (|x|-2)^{2013} > 0,$

b)
 $(|x|-1)^{2013} \cdot (|x|-2)^{2014} > 0,$

c)
 $(|x|-1)^{2014} \cdot (|x|-2)^{2014} > 0,$

d)
 $(|x|-1)^{2013} \cdot (|x|-2)^{2013} > 0,$

19. Dla podanej liczby n podaj największą liczbę naturalną d o następującej własności: Dowolny postęp arytmetyczny n -wyrazowy o wyrazach całkowitych ma sumę wyrazów podzielna przez d .

a)
 $n = 2016, \quad d = \dots\dots\dots$

b)
 $n = 2015, \quad d = \dots\dots\dots$

c)
 $n = 2014, \quad d = \dots\dots\dots$

d)
 $n = 2013, \quad d = \dots\dots\dots$