

1. Czy równość

$$(a+b)^4 = a^4 + 5a^3b + 12ab^3 + b^4$$

jest prawdziwa dla

- a) $a = 2^9, \quad b = 4^5$;
- b) $a = 4^{10}, \quad b = 8^6$;
- c) $a = 8^7, \quad b = 16^5$;
- d) $a = 16^7, \quad b = 32^5$?

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , jeżeli suma cyfr liczby n jest podzielna przez d i końcówka dwucyfrowa liczby n jest podzielna przez d , to liczba n jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 75$;
- b) $d = 9$;
- c) $d = 8$;
- d) $d = 6$?

3. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , jeżeli suma cyfr liczby n jest podzielna przez d i końcówka trzycyfrowa liczby n jest podzielna przez d , to liczba n jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 24$;
- b) $d = 16$;
- c) $d = 125$;
- d) $d = 27$?

4. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_3 2 < \log_{27} 11$;
- b) $\log_2 5 < \log_4 27$;
- c) $\log_3 6 < \log_9 32$;
- d) $\log_2 3 < \log_8 25$?

5. Czy równość

$$[\log_2 a] = [\log_2 b]$$

jest prawdziwa dla podanych liczb a, b ?

Uwaga: $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $a = 7, \quad b = 11$;
- b) $a = 57, \quad b = 71$;
- c) $a = 17, \quad b = 31$;
- d) $a = 67, \quad b = 111$.

6. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\sqrt{54} - 7 < \frac{1}{3}$;
- b) $\sqrt{40} - 6 < \frac{1}{3}$;
- c) $\sqrt{19} - 4 < \frac{1}{3}$;
- d) $\sqrt{28} - 5 < \frac{1}{3}$?

7. Czy prawdziwa jest równość

- a) $\log_2 5 \cdot \log_9 7 = \log_3 5 \cdot \log_4 7$;
- b) $\log_2 5 \cdot \log_8 7 = \log_4 5 \cdot \log_4 7$;
- c) $\log_2 5 \cdot \log_{16} 7 = \log_4 5 \cdot \log_8 7$;
- d) $\log_2 5 \cdot \log_{16} 7 = \log_4 5 \cdot \log_4 7$?

8. Niech $x = 2^{2^{1000}}$ oraz $y = 2^{2^{1001}}$. Czy wtedy

- a) $y^x = x^y$;
- b) $y = x^x$;
- c) $y = x^2$;
- d) $y = 2x$?

9. Czy $\text{NWD}(3a, a^2) = a$, jeżeli

- a) $a = 12300002016$;
- b) $a = 12300002014$;
- c) $a = 12300002013$;
- d) $a = 12300002015$?

10. Czy istnieje 30-wyrazowy ciąg arytmetyczny o wyrazach rzeczywistych dodatnich, w którym liczba wyrazów całkowitych jest równa

- a) 10;
- b) 9;
- c) 7;
- d) 8?

11. Czy istnieje 30-wyrazowy ciąg arytmetyczny o wyrazach rzeczywistych dodatnich, w którym liczba wyrazów wymiernych jest równa

- a) 10;
- b) 7;
- c) 8;
- d) 9?

12. Czy istnieje 30-wyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach rzeczywistych dodatnich, w którym liczba wyrazów całkowitych jest równa

- a) 8;
- b) 9;
- c) 10;
- d) 7?

13. Czy istnieje 30-wyrazowy ciąg geometryczny o wyrazach rzeczywistych dodatnich, w którym liczba wyrazów wymiernych jest równa

- a) 8;
- b) 10;
- c) 7;
- d) 9?

14. Jeżeli liczba całkowita dodatnia m jest większa od liczby całkowitej dodatniej n o $p\%$, to liczba n jest mniejsza od m o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q , aby powyższe zdanie było prawdziwe

a)

$$p = 900, \quad q = \dots\dots\dots$$

b)

$$p = 150, \quad q = \dots\dots\dots$$

c)

$$p = 400, \quad q = \dots\dots\dots$$

d)

$$p = 300, \quad q = \dots\dots\dots$$

15. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)

$$(\log_2 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0, \quad \dots\dots\dots$$

b)

$$(\log_2 x - 3)^2 \cdot (\log_3 x - 2)^3 > 0, \quad \dots\dots\dots$$

c)

$$(\log_2 x - 3) \cdot (\log_3 x - 2) > 0, \quad \dots\dots\dots$$

d)

$$(\log_2 x - 3)^3 \cdot (\log_3 x - 2)^2 > 0, \quad \dots\dots\dots$$

16. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)

$$\log_x 2 > -1, \quad \dots\dots\dots$$

b)

$$\log_x 4 < -2, \quad \dots\dots\dots$$

c)

$$\log_x 4 < 2, \quad \dots\dots\dots$$

d)

$$\log_x 2 > 2, \quad \dots\dots\dots$$

17. Dla podanej liczby n podać największą liczbę całkowitą dodatnią d , dla której liczba $n!$ jest podzielna przez d^6 .

a)

$n = 10, \quad d = \dots\dots\dots$

b)

$n = 20, \quad d = \dots\dots\dots$

c)

$n = 25, \quad d = \dots\dots\dots$

d)

$n = 15, \quad d = \dots\dots\dots$

18. (3 punkty) Dla podanej liczby wskazać jej **nieparzysty** dzielnik pierwszy mniejszy od 100.

a)

$3^{51} - 2^{51}, \quad \dots\dots\dots$

b)

$3^{21} - 1, \quad \dots\dots\dots$

c)

$3^{51} + 1, \quad \dots\dots\dots$

d)

$2^{21} - 1, \quad \dots\dots\dots$

19. (3 punkty) Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)

$3^{25} + 1, \quad \dots\dots\dots$

b)

$3^{25} - 1, \quad \dots\dots\dots$

c)

$2^{25} + 1, \quad \dots\dots\dots$

d)

$2^{25} - 1, \quad \dots\dots\dots$