

1. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^m = y^m$, zachodzi równość $x^n = y^n$, jeżeli

- a) $m = 999, \quad n = 333$;
- b) $m = 999, \quad n = 222$;
- c) $m = 666, \quad n = 333$;
- d) $m = 444, \quad n = 222$?

2. Czy dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n podana liczba jest parzysta

- a) $n(n+4)(n+6)$;
- b) $n(n+3)(n+4)$;
- c) $n(n+4)$;
- d) $n(n+3)$?

3. Czy dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n podana liczba jest podzielna przez 3

- a) $n(n+4)(n+7)$;
- b) $n(n+3)(n+4)$;
- c) $n(n+5)(n+8)$;
- d) $n(n+5)(n+7)$?

4. Czy podana liczba jest wymierna

- a) $(\log_{12} 121) \cdot \log_{11} 36$;
- b) $(\log_2 27) \cdot \log_3 32$;
- c) $(\log_3 125) \cdot \log_5 81$;
- d) $(\log_5 24) \cdot \log_6 25$?

5. Czy równość $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$ jest prawdziwa dla

- a) $x = \log_2 \log_2 3$;
- b) $x = \log_3 \log_3 25$;
- c) $x = \log_2 \log_2 5$;
- d) $x = \log_3 \log_3 32$?

6. Czy równość

$$\sin 3\alpha = \sin 7\alpha$$

jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 72^\circ$;
- b) $\alpha = 54^\circ$;
- c) $\alpha = 18^\circ$;
- d) $\alpha = 36^\circ$?

7. Czy nierówność

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha \cdot \cos 7\alpha \cdot \cos 15\alpha \cdot \cos 71\alpha > 0$$

jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 1^\circ$;
- b) $\alpha = 2^\circ$;
- c) $\alpha = 4^\circ$;
- d) $\alpha = 3^\circ$?

8. Dany jest 18-kąt foremny $A_1A_2A_3 \dots A_{18}$. Czy w podanym trójkącie co najmniej jeden kąt ma miarę 60°

- a) $A_5A_7A_{17}$;
- b) $A_1A_7A_{17}$;
- c) $A_1A_6A_7$;
- d) $A_1A_4A_7$?

9. Wiadomo, że wśród sześciu liczb:

$$6^{11} - 5^{11}, 10^{11} - 3^{11}, 14^{11} - 13^{11}, 21^{11} - 10^{11}, 28^{11} - 15^{11} \text{ oraz } 35^{11} - 34^{11}$$

dokładnie 3 są pierwsze. Czy podana niżej liczba jest pierwsza?

- a) $35^{11} - 34^{11}$;
- b) $21^{11} - 10^{11}$;
- c) $14^{11} - 13^{11}$;
- d) $28^{11} - 15^{11}$.

10. Na potrzeby tego zadania, liczbę naturalną k nazwiemy *ładną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której kwadrat ma sumę cyfr równą k . Wiadomo, że wśród 11 kolejnych liczb naturalnych od 3010 do 3020 dokładnie 5 jest *ładnych*. Czy wobec tego *ładną* liczbą jest

- a) 3018;
- b) 3016;
- c) 3014;
- d) 3015?

11. Na potrzeby tego zadania, liczbę naturalną k nazwiemy *fajną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której sześćcian ma sumę cyfr równą k . Wiadomo, że wśród 11 kolejnych liczb naturalnych od 3010 do 3020 dokładnie 3 są *fajne*. Czy wobec tego *fajną* liczbą jest

- a) 3018;
- b) 3014;
- c) 3015;
- d) 3016?

12. Czy istnieje trójkąt, którego wysokości mają długości

- a) 5, 5, 11;
- b) 5, 9, 9;
- c) 5, 11, 11;
- d) 5, 5, 9?

13. Czy istnieje trójkąt, którego wysokości mają długości

- a) 10, 20, 31;
- b) 10, 11, 100;
- c) 10, 20, 29;
- d) 10, 11, 20?

14. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest czwartą potęgą liczby całkowitej.

a) $n = 24^{2016}, \quad k = \dots\dots\dots$

b) $n = 24^{2013}, \quad k = \dots\dots\dots$

c) $n = 24^{2015}, \quad k = \dots\dots\dots$

d) $n = 24^{2014}, \quad k = \dots\dots\dots$

15. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 33, \quad k = \dots\dots\dots$

b) $n = 2^9 \cdot 82, \quad k = \dots\dots\dots$

c) $n = 2^9 \cdot 36, \quad k = \dots\dots\dots$

d) $n = 2^9 \cdot 62, \quad k = \dots\dots\dots$

16. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_7 + a_k)}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 10, \quad n = \dots\dots\dots$

b) $k = 5, \quad n = \dots\dots\dots$

c) $k = 3, \quad n = \dots\dots\dots$

d) $k = 7, \quad n = \dots\dots\dots$

17. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_5 x| - 1)^2 < 1$,
- b) $(|\log_5 x| - 2)^4 > 1$,
- c) $(|\log_5 x| - 2)^5 > 1$,
- d) $(|\log_5 x| - 1)^3 < 1$,

18. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\lceil \log_{\sqrt{2}} 12 \rceil = \dots\dots\dots$
- b) $\lceil \log_{\sqrt{2}} 11 \rceil = \dots\dots\dots$
- c) $\lceil \log_{\sqrt{2}} 88 \rceil = \dots\dots\dots$
- d) $\lceil \log_{\sqrt{2}} 6 \rceil = \dots\dots\dots$

19. W okrąg o promieniu R wpisano taki ośmiokąt $ABCDEFGH$, że $AB = BC = CD = DE = a$ oraz $EF = FG = GH = HA = b$. Uzupełnić wzór na R w zależności od a i b , wpisując w miejscu kropek odpowiednie współczynniki.

$$R = \sqrt{\dots\dots\dots \cdot a^2 + \dots\dots\dots \cdot ab + \dots\dots\dots \cdot b^2}$$

20. W okrąg o promieniu R wpisany jest taki dwunastokąt $ABCDEFGHIJKL$, że $AB = BC = CD = DE = EF = FG = a$ oraz $GH = HI = IJ = JK = KL = LA = b$. Uzupełnić wzór na R w zależności od a i b , wpisując w miejscu kropek odpowiednie współczynniki.

$$R = \sqrt{\dots\dots\dots \cdot a^2 + \dots\dots\dots \cdot ab + \dots\dots\dots \cdot b^2}$$