

280. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
281. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
282. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
283. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
284. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
285. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
286. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
287. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
288. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
289. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
290. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
291. a. **N** b. **N** c. **N** d. **T**
292. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
293. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
294. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
295. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
296. a. **N** b. **N** c. **N** d. **T**
297. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
298. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
299. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
300. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
301. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
302. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
303. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
304. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
305. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
306. a. **N** b. **N** c. **N** d. **T**
307. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
308. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
309. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
310. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
311. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
312. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
313. a. **N** b. **N** c. **N** d. **N**

314. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
315. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
316. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
317. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
318. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
319. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
320. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
321. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
322. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
323. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
324. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
325. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
326. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
327. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
328. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
329. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
330. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
331. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
332. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
333. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
334. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
335. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
336. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
337. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
338. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
339. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
340. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
341. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
342. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
343. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
344. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
345. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
346. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
347. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**

348. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
349. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
350. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
351. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
352. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
353. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
354. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
355. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
356. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
357. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
358. a. **N** b. **N** c. **N** d. **T**
359. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
360. a. **N** b. **N** c. **N** d. **T**
361. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
362. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
363. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
364. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
365. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
366. a. **N** b. **N** c. **N** d. **N**
367. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
368. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
369. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
370. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
371. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
372. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
373. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
374. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
375. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
376. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
377. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
378. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
379. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
380. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**

381. Obliczyć wartości podanych wyrażeń. $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\left[\log_2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{64} \right) \right] = 2;$
- b) $\left[\log_2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{128} \right) \right] = 2;$
- c) $\left[\log_2 (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{10}) \right] = 3;$
- d) $\left[\log_3 (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{10}) \right] = 2.$

382. Podać wartość logarytmu $\log_a b$ w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeżeli $b = \sqrt{2}$ oraz

- a) $a = \sqrt[4]{4}, \log_a b = 1;$
- b) $a = \sqrt[8]{8}, \log_a b = 4/3;$
- c) $a = \sqrt[16]{16}, \log_a b = 2;$
- d) $a = \sqrt[32]{32}, \log_a b = 16/5.$

383. Dany jest 13-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{13}$. Dla podanych i, j wskazać taką liczbę k , że trójkąt $A_i A_j A_k$ jest trójkątem równoramiennym ostrokątnym

- a) $i = 1, j = 2, k = 8;$
- b) $i = 1, j = 5, k = 9$ (lub 10);
- c) $i = 1, j = 6, k = 9$ (lub 10 lub 11);
- d) $i = 1, j = 7, k = 8$ (lub 13).

384. Podać zbiór rozwiązań nierówności w liczbach rzeczywistych $x \in [0, \pi]$

- a) $\sin x < 1/2 \dots\dots [0, \pi/6) \cup (5\pi/6, \pi];$
- b) $\sin x < \cos x \dots\dots [0, \pi/4);$
- c) $\sin x < \sin 2x \dots\dots [0, \pi/3);$
- d) $\cos x < \sin 2x \dots\dots (\pi/6, \pi/2) \cup (5\pi/6, \pi].$

385. Podać przykład takich liczb naturalnych m, n , że

$$\text{NWD}(m, n) < m < n < \text{NWW}(m, n),$$

a ponadto

- a) $\text{NWD}(m, n) = 1, \text{NWW}(m, n) = 15, m = 3, n = 5;$
- b) $\text{NWD}(m, n) = 2, \text{NWW}(m, n) = 24, m = 6, n = 8;$
- c) $\text{NWD}(m, n) = 3, \text{NWW}(m, n) = 36, m = 9, n = 12;$
- d) $\text{NWD}(m, n) = 1, \text{NWW}(m, n) = 30, m = 2, n = 15$ lub $m = 3, n = 10$ lub $m = 5, n = 6.$

386. Podać miarę β kąta wewnętrznego n -kąta wypukłego, jeżeli wiadomo, że każdy z pozostałych $n-1$ kątów ma miarę α .

- a) $n=3$, $\alpha=45^\circ$, $\beta=90^\circ$;
- b) $n=4$, $\alpha=100^\circ$, $\beta=60^\circ$;
- c) $n=5$, $\alpha=100^\circ$, $\beta=140^\circ$;
- d) $n=6$, $\alpha=140^\circ$, $\beta=20^\circ$.

387. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a) $x^2 < x \dots\dots (0, 1)$;
- b) $x^3 < x \dots\dots (-\infty, -1) \cup (0, 1)$;
- c) $x^4 < 16x^2 \dots\dots (-4, 0) \cup (0, 4)$;
- d) $x^3 < 64x^2 \dots\dots (-\infty, 0) \cup (0, 64)$.

388. W dowolnym n -kącie wypukłym liczba przekątnych jest k razy większa od liczby boków. Powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $k=2$ oraz $n=7$;
- b) $k=3$ oraz $n=9$;
- c) $k=5$ oraz $n=13$;
- d) $k=10$ oraz $n=23$.

389. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geq k$, że

$$\binom{n}{k+1} = k \cdot \binom{n}{k}$$

- a) $k=2$, $n=8$;
- b) $k=3$, $n=15$;
- c) $k=4$, $n=24$;
- d) $k=5$, $n=35$.

390. Jeżeli liczba m jest większa od liczby n o $p\%$, to największy wspólny dzielnik liczb m , n stanowi $q\%$ liczby n . Dla podanej liczby p podać liczbę q .

- a) $p=10$, $q=10$;
- b) $p=20$, $q=20$;
- c) $p=30$, $q=10$;
- d) $p=40$, $q=20$.

391. Jeżeli liczba m jest większa od liczby n o $p\%$, to najmniejsza wspólna wielokrotność liczb m , n jest większa o $q\%$ od liczby n . Dla podanej liczby p podać liczbę q .

- a) $p=10$, $q=1000$;
- b) $p=20$, $q=500$;
- c) $p=30$, $q=1200$;
- d) $p=40$, $q=600$.

392. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 15-wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_{15}$ jest równa $5(a_m + a_n + a_k)$. Dla podanych m , n wskazać taką liczbę naturalną k , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $m=1$, $n=10$, $k=13$;
- b) $m=3$, $n=9$, $k=12$;
- c) $m=6$, $n=8$, $k=10$;
- d) $m=7$, $n=10$, $k=7$.

393. Niech $f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją określoną wzorem $f_1(x) = |x-3|$. Funkcje f_n dla $n \geq 2$ określamy rekurencyjnie wzorem

$$f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x)).$$

Podać wartość

- a) $f_{1000}(1001)=1$;
- b) $f_{1000}(2002)=2$;
- c) $f_{1000}(3003)=3$;
- d) $f_{1000}(4004)=1004$.

394. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $20, b, c$ jest prostokątny.

$$b=12, c=16$$

$$b=15, c=25$$

$$b=21, c=29$$

$$b=48, c=52$$

$$b=99, c=101$$

395. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a) $-1/4 < \log_{16} x < 1/8 \dots\dots (1/2, \sqrt{2})$;
- b) $-1/2 < \log_{16} x < 3/2 \dots\dots (1/4, 64)$;
- c) $-3/2 < \log_{16} x < 1/2 \dots\dots (1/64, 4)$;
- d) $-1 < \log_{16} x < 1/4 \dots\dots (1/16, 2)$.

396. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a) $-1 < \log_x 4 < 1 \dots\dots (0, 1/4) \cup (4, \infty)$;
- b) $-1/2 < \log_x 4 < 1/2 \dots\dots (0, 1/16) \cup (16, \infty)$;
- c) $-2 < \log_x 4 < 2 \dots\dots (0, 1/2) \cup (2, \infty)$;
- d) $-4 < \log_x 4 < 4 \dots\dots (0, 1/\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$.

397. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie wyrazów równej S zachodzi równość $a_k = w$. Dla podanych n oraz S wskazać takie k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n=3, S=21, k=2, w=7$;
- b) $n=7, S=21, k=4, w=3$;
- c) $n=9, S=63, k=5, w=7$;
- d) $n=21, S=63, k=11, w=3$.

398. Dany jest 15-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{15}$. Dla podanych x, y, z, s wskazać takie t , że pięciokąt wypukły o wierzchołkach

A_x, A_y, A_z, A_s, A_t (niekoniecznie leżących na obwodzie pięciokąta w tej kolejności) ma pole równe polu pięciokąta $A_1A_3A_6A_{10}A_{15}$.

- a) $x=1, y=4, z=5, s=7, t=11$ lub 12 ;
- b) $x=1, y=4, z=8, s=11, t=2$ lub 3 lub 9 lub 10 ;
- c) $x=1, y=6, z=11, s=12, t=3$ lub 4 lub 8 lub 9 ;
- d) $x=1, y=6, z=11, s=13, t=2$ lub 5 lub 7 lub 10 .

399. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego.

- a) $[x]=3\{x\}, x=1,(3); 2,(6)$;
- b) $[x]=4\{x\}, x=1,25; 2,5; 3,75$;
- c) $[x]=5\{x\}, x=1,2; 2,4; 3,6; 4,8$;
- d) $[x]=6\{x\}, x=1,1(6); 2,(3); 3,5; 4,(6); 5,8(3)$.

400. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $15, b, c$ jest prostokątny.

$$b=9, c=12$$

$$b=8, c=17$$

$$b=20, c=25$$

$$b=36, c=39$$

$$b=112, c=113$$

401. Dla podanej liczby n podać przykład rosnącego postępu arytmetycznego n -wyrazowego o sumie wyrazów równej n^2 , w którym występuje wyraz równy 1.

- a) $n=3, 1, 3, 5$;
- b) $n=4, 1, 3, 5, 7$ (inny przykład: $-5, 1, 7, 13$);
- c) $n=5, 1, 3, 5, 7, 9$ (inny przykład: $-3, 1, 5, 9, 13$);
- d) $n=7, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13$ (inne przykłady: $-2, 1, 4, 7, 10, 13, 16$ oraz $-11, -5, 1, 7, 13, 19, 25$).

402. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\sin \alpha = \sin \beta$.

- a) $\alpha = -10^\circ$, $\beta = 190^\circ$;
- b) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 170^\circ$;
- c) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 80^\circ$;
- d) $\alpha = 200^\circ$, $\beta = 340^\circ$.

403. Dla podanych liczb rzeczywistych x i y wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , aby prawdziwa była równość $\log_a x = y$.

- a) $x = 16$, $y = 2$, $a = 4$;
- b) $x = 16$, $y = -4$, $a = 1/2$;
- c) $x = 2$, $y = 4$, $a = \sqrt[4]{2}$;
- d) $x = 2$, $y = -1/4$, $a = 1/16$.

404. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a , b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a , b jest podzielny przez k .

- a) $n = 2^5 \cdot 3^3$, $k = 3^2 = 9$;
- b) $n = 3^5 \cdot 5^3$, $k = 3^3 = 27$;
- c) $n = 5^3 \cdot 31^2$, $k = 31$;
- d) $n = 7^3 \cdot 37^2$, $k = 7^2 = 49$.

405. W okrąg o promieniu 1 wpisano n -kąć foremny. Ile przekątnych tego n -kąta ma długość będącą liczbą całkowitą?

- a) Dla $n = 6$ takich przekątnych jest 3;
- b) Dla $n = 12$ takich przekątnych jest 18;
- c) Dla $n = 20$ takich przekątnych jest 10;
- d) Dla $n = 30$ takich przekątnych jest 45.

406. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie 120 i jednym z wyrazów równym 15, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać wszystkie liczby $w \neq 15$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 6$, $w = 25$;
- b) $n = 8$, $w = \mathbf{NIE}$;
- c) $n = 12$, $w = 5$;
- d) $n = 15$, $w = 1$ lub $w = 8$.

407. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę całkowitą dodatnią d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Dla dowolnych liczb całkowitych m, n , jeżeli iloczyn mn jest podzielny przez k , to co najmniej jedna z liczb m, n jest podzielna przez d .

- a) $k = 12^4$, $d = 2^4 = 16$;
- b) $k = 12^5$, $d = 2^5 = 32$;
- c) $k = 56^2$, $d = 2^3 = 8$;
- d) $k = 56^3$, $d = 7^2 = 49$.

408. Dla podanych a, b, c podać takie d , aby istniał czworokąt wypukły o bokach długości (z zachowaniem kolejności) a, b, c, d , w który można wpisać okrąg. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba d o żądanej własności nie istnieje.

- a) $a = 1$, $b = 5$, $c = 7$, $d = 3$;
- b) $a = 1$, $b = 4$, $c = 8$, $d = 5$;
- c) $a = 4$, $b = 9$, $c = 8$, $d = 3$;
- d) $a = 5$, $b = 11$, $c = 10$, $d = 4$.

409. Dla podanych a, b, c podać takie d , aby istniał czworokąt wypukły o bokach długości (z zachowaniem kolejności) a, b, c, d , w którym przekątne są prostopadłe. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba d o żądanej własności nie istnieje.

- a) $a = 1$, $b = 5$, $c = 7$, $d = 5$;
- b) $a = 1$, $b = 4$, $c = 8$, $d = 7$;
- c) $a = 4$, $b = 9$, $c = 8$, $d = \mathbf{NIE}$;
- d) $a = 5$, $b = 11$, $c = 10$, $d = 2$.

410. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\cos \alpha = \cos \beta$.

- a) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 260^\circ$;
- b) $\alpha = 180^\circ$, $\beta = 540^\circ$;
- c) $\alpha = 300^\circ$, $\beta = 60^\circ$;
- d) $\alpha = 400^\circ$, $\beta = 40^\circ$.

411. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie 90, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 5$, $w = 18$;
- b) $n = 9$, $w = 10$;
- c) $n = 10$, $w = \mathbf{NIE}$;
- d) $n = 15$, $w = 6$.

412. Dla podanych liczb a, b podać taką liczbę rzeczywistą c , aby zachodziła równość $\log_a b = \log_b c$.

- a) $a = 3, \quad b = 9, \quad c = 81$;
- b) $a = 9, \quad b = 3, \quad c = \sqrt{3}$;
- c) $a = 5^4, \quad b = 5^6, \quad c = 5^9$;
- d) $a = 7^{5^4}, \quad b = 7^{5^6}, \quad c = 7^{5^8}$.

413. Dla podanej liczby naturalnej a podać takie liczby całkowite dodatnie b, c , że trójkąt o bokach długości a, b, c jest prostokątny, a przy tym c jest długością jego przeciwprostokątnej. Napisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby b, c o żądanej własności nie istnieją.

- a) $a = 3, \quad b = 4, \quad c = 5$;
- b) $a = 5, \quad b = 12, \quad c = 13$;
- c) $a = 7, \quad b = 24, \quad c = 25$;
- d) $a = 9, \quad b = 12, \quad c = 15$ lub $b = 40, \quad c = 41$.

414. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{3}{2} \quad (1/2, 8)$;
- b) $\frac{1}{3} < \log_{64} x < \frac{1}{2} \quad (4, 8)$;
- c) $-\frac{3}{5} < \log_{32} x < \frac{4}{5} \quad (1/8, 16)$;
- d) $-\frac{3}{2} < \log_9 x < \frac{1}{4} \quad (1/27, \sqrt{3})$.

415. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\frac{1}{2} < \log_x 8 < 3 \quad (2, 64)$;
- b) $-\frac{1}{2} < \log_x 9 < 2 \quad (0, 1/81) \cup (3, +\infty)$;
- c) $-2 < \log_x 4 < \frac{1}{3} \quad (0, 1/2) \cup (64, +\infty)$;
- d) $-3 < \log_x 64 < -2 \quad (1/8, 1/4)$.

416. Dany jest n -kąt foremny wpisany w okrąg o promieniu 1. Podać liczbę jego przekątnych krótszych od 1.

- a) $n = 12$, liczba przekątnych krótszych od 1: 0;
- b) $n = 17$, liczba przekątnych krótszych od 1: 17;
- c) $n = 25$, liczba przekątnych krótszych od 1: 75;
- d) $n = 42$, liczba przekątnych krótszych od 1: 210.

W kolejnych dwóch zadaniach udzielić jednej z odpowiedzi:

Zawsze jest podzielna, tzn. każda liczba n spełniająca podany warunek jest podzielna przez d .

Nigdy nie jest podzielna, tzn. żadna liczba n spełniająca podany warunek nie jest podzielna przez d .

Czasami jest podzielna, tzn. niektóre liczby n spełniające podany warunek są podzielne przez d , a niektóre nie.

417. Liczba naturalna n ma sumę cyfr równą 300. Co stąd wynika o podzielności liczby n przez d , jeżeli

- a) $d=3$, **Z**;
- b) $d=18$, **N**;
- c) $d=5$, **C**;
- d) $d=8$, **C**.

418. Liczba naturalna n ma 3-cyfrową końcówkę 300. Co stąd wynika o podzielności liczby n przez d , jeżeli

- a) $d=3$, **C**;
- b) $d=18$, **C**;
- c) $d=5$, **Z**;
- d) $d=8$, **N**.

419. Istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (z zachowaniem kolejności), w który można wpisać okrąg. Dla podanych a, b, c podać takie d , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że takie d nie istnieje.

- a) $a=3$, $b=4$, $c=7$, $d=6$;
- b) $a=5$, $b=6$, $c=7$, $d=6$;
- c) $a=7$, $b=13$, $c=7$, $d=1$;
- d) $a=4$, $b=10$, $c=5$, $d=\mathbf{NIE}$.

420. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych α, β podać takie γ, δ , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że takie γ, δ nie istnieją.

- a) $\alpha=10^\circ$, $\beta=177^\circ$, $\gamma=170^\circ$, $\delta=3^\circ$;
- b) $\alpha=20^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=160^\circ$, $\delta=130^\circ$;
- c) $\alpha=40^\circ$, $\beta=140^\circ$, $\gamma=140^\circ$, $\delta=40^\circ$;
- d) $\alpha=80^\circ$, $\beta=90^\circ$, $\gamma=100^\circ$, $\delta=90^\circ$.

421. Dla podanych liczb a oraz k wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$(a^{a^k})^{a^{a^k}} = a^{a^n}.$$

- a) $a=5, \quad k=2, \quad n=27$;
- b) $a=3, \quad k=3, \quad n=30$;
- c) $a=2, \quad k=5, \quad n=37$;
- d) $a=3, \quad k=4, \quad n=85$.

422. W okrąg o promieniu 1 wpisano n -kąt foremny. Niech $P(n)$ będzie liczbą przekątnych tego n -kąta, których **kwadrat długości** jest liczbą całkowitą. Wówczas

- a) $P(6)=9$ b) $P(15)=15$
- c) $P(18)=45$ d) $P(25)=0$
- e) $P(40)=60$ f) $P(50)=25$
- g) $P(60)=210$

423. Podać zbiór rozwiązań równania w postaci przedziału lub sumy przedziałów. Symbol $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y .

- a) $[|\log_2 x|] = 0, \quad (1/2, 2)$;
- b) $[|\log_2 x|] = 1, \quad (1/4, 1/2] \cup [2, 4)$;
- c) $[|\log_2 x|] = 2, \quad (1/8, 1/4] \cup [4, 8)$;
- d) $[|\log_3 x|] = 1, \quad (1/9, 1/3] \cup [3, 9)$.

424. Podać zbiór rozwiązań równania w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $[|\log_2 \log_2 x|] = 0, \quad (\sqrt{2}, 4)$;
- b) $[|\log_3 \log_2 x|] = 1, \quad (\sqrt[9]{2}, \sqrt[3]{2}] \cup [8, 512)$;
- c) $[|\log_2 \log_2 x|] = 2, \quad (\sqrt[8]{2}, \sqrt[4]{2}] \cup [16, 256)$;
- d) $[|\log_2 \log_3 x|] = 1, \quad (\sqrt[4]{3}, \sqrt{3}] \cup [9, 81)$.

425. Podać wartość podanej liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, gdy podana liczba jest wymierna. Napisać **N**, jeśli podana liczba jest niewymierna.

- a) $\log_2 \log_2 4^{4^4} = \mathbf{9}$;
- b) $\log_2 \log_2 4^{4^5} = \mathbf{11}$;
- c) $\log_2 \log_2 4^{4^6} = \mathbf{13}$;
- d) $\log_2 \log_2 4^{4^8} = \mathbf{17}$.

426. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = 100^\circ$;
- b) $\sphericalangle ABC = 80^\circ$, $\sphericalangle AOC = 160^\circ$;
- c) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = 160^\circ$;
- d) $\sphericalangle ABC = 150^\circ$, $\sphericalangle AOC = 60^\circ$.

427. Uzupełnij dane dotyczące n -kąta foremnego, gdzie LP jest liczbą przekątnych, a MKW miarą kąta wewnętrznego. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że taki wielokąt nie istnieje.

- a) $n = 6$, LP = **9**, MKW = **120°**;
- b) $n = 9$, LP = **27**, MKW = **140°**;
- c) $n = 12$, LP = **54**, MKW = **150°**;
- d) $n = 20$, LP = **170**, MKW = **162°**.

428. Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich m, n, k , jeżeli iloczyn mnk jest podzielny przez D , to co najmniej jeden z czynników m, n, k jest podzielny przez d . Dla podanej liczby D wskazać największą liczbę całkowitą dodatnią d , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe.

- a) $D = 2^3 \cdot 3^2$, $d = 3$;
- b) $D = 2^4 \cdot 3^3$, $d = 2^2 = 4$;
- c) $D = 2^9 \cdot 3^4$, $d = 3^2 = 9$;
- d) $D = 2^{11} \cdot 3^7$, $d = 3^3 = 27$.

429. Niech $A(n) = 4^{4^n}$, $B(n) = 16^{16^n}$, $C(n) = \log_2 A(n)$, $D(n) = \log_2 B(n)$, $E(n) = \log_{C(n)} D(n)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

- a) $E(4) = 2$;
- b) $E(8) = 2$;
- c) $E(16) = 2$;
- d) $E(64) = 2$.

430. Niech $A(n) = 4^{4^n}$, $B(n) = 256^{256^n}$, $C(n) = \log_2 A(n)$, $D(n) = \log_2 B(n)$, $E(n) = \log_{C(n)} D(n)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

- a) $E(2) = 19/5$;
- b) $E(3) = 27/7$;
- c) $E(4) = 35/9$;
- d) $E(5) = 43/11$.

431. Dany jest piętnastokąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{15}$. Dla podanych liczb m, n podać **wszystkie** takie liczby k , że trójkąt $A_mA_nA_k$ ma co najmniej jeden kąt o mierze 60°

- a) $m = 1, \quad n = 2, \quad k \in \{7, 11\}$;
- b) $m = 1, \quad n = 3, \quad k \in \{8, 11\}$;
- c) $m = 1, \quad n = 7, \quad k \in \{2, 6, 11, 12\}$;
- d) $m = 1, \quad n = 9, \quad k \in \{4, 6, 11, 14\}$.

432. Podać zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $|\log_2 x| < 1, \quad (1/2, 2)$;
- b) $|\log_3 x| < 2, \quad (1/9, 9)$;
- c) $|\log_4 x| > 1, \quad (0, 1/4) \cup (4, +\infty)$;
- d) $|\log_5 x| > 2, \quad (0, 1/25) \cup (25, +\infty)$.

433. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2013-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, trzeci i szósty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

Wpisz **NIE**, jeżeli uważasz, że takie liczby nie istnieją.

- a) $m = 2, \quad n = 7$ lub $5q-3, \quad k = 17$ lub $5q^2-3$;
- b) $m = \text{NIE}, \quad n = 4, \quad k = \text{NIE}$;
- c) $m = \text{NIE}, \quad n = \text{NIE}, \quad k = 7$;
- d) $m = 2$ lub $1 \quad n = 7, \quad k = 17$ lub 22 .

434. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $m = 1, \quad n = 13, \quad k = 61$;
- b) $m = 1, \quad n = 5, \quad k = 13$;
- c) $m = 1, \quad n = 5, \quad k = 13$;
- d) $m = 2, \quad n = 97, \quad k = 1997$.