

1. Czy istnieją dwie liczby wymierne dodatnie, z których jedna jest większa od drugiej o

- a) 20% ;
- b) 33% ;
- c) 37% ;
- d) 50% ?

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , jeżeli liczba n^n jest podzielna przez d^d , to liczba n jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 27$;
- b) $d = 25$;
- c) $d = 23$;
- d) $d = 21$?

3. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n , względnie pierwszej z d , liczba $n^2 - 1$ jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 5$;
- b) $d = 4$;
- c) $d = 8$;
- d) $d = 6$?

4. Czy nierówność $\log_a \sqrt{2} < \log_a \sqrt[3]{2}$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 8 - 4\sqrt{2}$;
- b) $a = 8 - 5\sqrt{2}$;
- c) $a = 8 - 4\sqrt{3}$;
- d) $a = 8 - 3\sqrt{5}$?

5. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z, t większych od 1, równość $\log_x y = \log_z t$ jest równoważna równości

- a) $\log_x t = \log_z y$;
- b) $\log_x z = \log_y t$;
- c) $\log_x z = \log_t y$;
- d) $\log_t y = \log_z x$?

6. Czy nierówność $\log_a b < \log_b a$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 0,22 \quad b = 5$;
- b) $a = 0,2 \quad b = 5$;
- c) $a = 2 \quad b = 5$;
- d) $a = 0,2 \quad b = 0,5$?

7. Czy nierówność $\{x\}^2 < \{x\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x , jest prawdziwa dla

- a) $x = \log_4 8$;
- b) $x = \log_4 16$;
- c) $x = \log_4 32$;
- d) $x = \log_4 24$?

8. Czy równość $[x+y] = [x] + [y]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x , jest prawdziwa dla

- a) $x = \log_4 37, \quad y = \log_9 28$;
- b) $x = \log_4 31, \quad y = \log_9 26$;
- c) $x = \log_4 11, \quad y = \log_9 29$;
- d) $x = \log_4 7, \quad y = \log_9 23$?

9. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z spełniających nierówności

$$|x - y| < 2 \quad \text{oraz} \quad |y - z| < 3,$$

zachodzi nierówność

- a) $|x - z| > 1$;
- b) $|x - z| < 5$;
- c) $|x - z| < 4$;
- d) $|x - z| < 6$?

10. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z spełniających nierówności

$$|x + y| < 2012 \quad \text{oraz} \quad |y + z| < 2013,$$

zachodzi nierówność

- a) $|x - z| > 1$;
- b) $|x - z| < 4025$;
- c) $|x + z| < 4025$;
- d) $|x - z| < 1$?

11. Wiedząc, że $\binom{14}{4} = 1001$, $\binom{14}{5} = 2002$, $\binom{14}{6} = 3003$, podać wartość współczynnika dwumianowego

a) $\binom{15}{10} = \dots\dots\dots$

b) $\binom{15}{5} = \dots\dots\dots$

c) $\binom{15}{6} = \dots\dots\dots$

d) $\binom{16}{6} = \dots\dots\dots$

12. Dla podanej liczby n przyjąć za podstawę logarytmu $a = \sqrt[n]{n}$, a następnie zapisać liczbę $\log_a 2$ w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego

a) $n = 4$, $\log_a 2 = \dots\dots\dots$

b) $n = 8$, $\log_a 2 = \dots\dots\dots$

c) $n = 16$, $\log_a 2 = \dots\dots\dots$

d) $n = 2$, $\log_a 2 = \dots\dots\dots$

13. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 10-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, trzeci i czwarty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a)
 $m = \dots\dots\dots$, $n = 5$, $k = \dots\dots\dots$

b)
 $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 10$

c)
 $m = 3$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

d)
 $m = 7$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności, zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów

a) $|x^2 - 25| < 24$

b) $|x^2 - 5| < 4$

c) $|x^2 - 16| < 9$

d) $|x^2 - 9| < 16$

15. Podać zbiór rozwiązań nierówności, zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów

a) $(x-1)(x-2)(x-3) > 0$

b) $(x-1)^2(x-2)(x-3) > 0$

c) $(x-1)(x-2)(x-3)^2 > 0$

d) $(x-1)(x-2)^2(x-3) > 0$

16. Na potrzeby tego zadania, dla liczby rzeczywistej $a > 1$ zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem

$$S_a(x, y) = a^{\sqrt{\log_a x \cdot \log_a y}}.$$

Podać wartości następujących liczb w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego w przypadku liczb wymiernych. Wpisać literkę **N** w przypadku liczb niewymiernych.

a) $S_9(3, 81) =$

b) $S_9(2, 16) =$

c) $S_8(2, 16) =$

d) $S_8(3, 81) =$