

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z dwoma litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i q podaj takie r , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 10$, $q = 70$, $r = \dots\dots\dots$
- b) $p = 30$, $q = 60$, $r = \dots\dots\dots$
- c) $p = 20$, $q = 50$, $r = \dots\dots\dots$
- d) $p = 20$, $q = 80$, $r = \dots\dots\dots$

2. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z litrem roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i r podaj takie q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20$, $r = 40$, $q = \dots\dots\dots$
- b) $p = 30$, $r = 20$, $q = \dots\dots\dots$
- c) $p = 20$, $r = 30$, $q = \dots\dots\dots$
- d) $p = 10$, $r = 30$, $q = \dots\dots\dots$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

- a) $\text{NWD}(12340000008^2, 27000) = \dots\dots\dots$
- b) $\text{NWD}(12340000006^2, 27000) = \dots\dots\dots$
- c) $\text{NWD}(123400000075^2, 27000) = \dots\dots\dots$
- d) $\text{NWD}(12340000009^2, 27000) = \dots\dots\dots$

4. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^2 n^3 = k$.

a) $k = 2^3 \cdot 3^7$, $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$

b) $k = 2^4 \cdot 3^5$, $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$

c) $k = 2^5 \cdot 3^7$, $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$

d) $k = 2^7 \cdot 3^4$, $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$

5. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

b) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

c) $x = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

d) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

6. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

b) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

c) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

d) $x = \frac{1}{4 - 3\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = \dots\dots\dots$

7. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{1111} \cdot 3^{1001}$, $k = \dots\dots\dots$

b) $n = 2^{2222} \cdot 3^{1004}$, $k = \dots\dots\dots$

c) $n = 2^{4444} \cdot 3^{1016}$, $k = \dots\dots\dots$

d) $n = 2^{3333} \cdot 3^{1009}$, $k = \dots\dots\dots$

8. Dla podanych n , k , wskazać takie $m > k$, aby prawdziwa była równość

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{m}$$

Jeśli uważasz, że takiego m nie ma, napisz: *nie istnieje*.

a) $n = 999$, $k = 500$, $m = \dots\dots\dots$

b) $n = 777$, $k = 300$, $m = \dots\dots\dots$

c) $n = 555$, $k = 200$, $m = \dots\dots\dots$

d) $n = 333$, $k = 100$, $m = \dots\dots\dots$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k} + a_{3k})}{3}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 111$, $n = \dots\dots\dots$

b) $k = 5$, $n = \dots\dots\dots$

c) $k = 3$, $n = \dots\dots\dots$

d) $k = 10$, $n = \dots\dots\dots$

10. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^2}\right)^{a^{a^2}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 8$, $n =$

b) $a = 7$, $n =$

c) $a = 3$, $n =$

d) $a = 4$, $n =$

11. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $6^{22} + 5^{22}$,

b) $44^{13} - 3^{13}$,

c) $51^{16} - 2^{16}$,

d) $6^{17} + 5^{17}$,

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, siódmy i dwiętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m =$, $n = 15$, $k = 20$

b) $m = 3$, $n =$, $k = 27$

c) $m = 3$, $n = 7$, $k =$

d) $m = 4$, $n = 7$, $k =$