

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z dwoma litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i q podaj takie r , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 10, \quad q = 70, \quad r = \mathbf{50}$
- b) $p = 30, \quad q = 60, \quad r = \mathbf{50}$
- c) $p = 20, \quad q = 50, \quad r = \mathbf{40}$
- d) $p = 20, \quad q = 80, \quad r = \mathbf{60}$

2. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z litrem roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i r podaj takie q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20, \quad r = 40, \quad q = \mathbf{60}$
- b) $p = 30, \quad r = 20, \quad q = \mathbf{10}$
- c) $p = 20, \quad r = 30, \quad q = \mathbf{40}$
- d) $p = 10, \quad r = 30, \quad q = \mathbf{50}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

- a) $\text{NWD}(123400000008^2, 27000) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$
- b) $\text{NWD}(123400000006^2, 27000) = \mathbf{2^2 = 4}$
- c) $\text{NWD}(123400000075^2, 27000) = \mathbf{5^3 = 125}$
- d) $\text{NWD}(123400000009^2, 27000) = \mathbf{1}$

4. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^2 n^3 = k$.

a) $k = 2^3 \cdot 3^7, \quad m = 3^2 = 9, \quad n = 2 \cdot 3 = 6$

b) $k = 2^4 \cdot 3^5, \quad m = 2^2 \cdot 3 = 12, \quad n = 3$

c) $k = 2^5 \cdot 3^7, \quad m = 2 \cdot 3^2 = 18, \quad n = 2 \cdot 3 = 6$

d) $k = 2^7 \cdot 3^4, \quad m = 2^2 \cdot 3^2 = 36, \quad n = 2$

5. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = 2$

b) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = -4$

c) $x = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = -3$

d) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = -5$

6. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = 5$

b) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = 4/7$

c) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = -2$

d) $x = \frac{1}{4 - 3\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = 3/2$

7. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{1111} \cdot 3^{1001}$, $k = \mathbf{12}$

b) $n = 2^{2222} \cdot 3^{1004}$, $k = \mathbf{6}$

c) $n = 2^{4444} \cdot 3^{1016}$, $k = \mathbf{12}$

d) $n = 2^{3333} \cdot 3^{1009}$, $k = \mathbf{9}$

8. Dla podanych n , k , wskazać takie $m > k$, aby prawdziwa była równość

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{m}$$

Jeśli uważasz, że takiego m nie ma, napisz: *nie istnieje*.

a) $n = 999$, $k = 500$, $m = \mathbf{\text{nie istnieje}}$

b) $n = 777$, $k = 300$, $m = \mathbf{478}$

c) $n = 555$, $k = 200$, $m = \mathbf{356}$

d) $n = 333$, $k = 100$, $m = \mathbf{234}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k} + a_{3k})}{3}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 111$, $n = \mathbf{443}$

b) $k = 5$, $n = \mathbf{19}$

c) $k = 3$, $n = \mathbf{11}$

d) $k = 10$, $n = \mathbf{39}$

10. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^2}\right)^{a^{a^2}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 8, \quad n = \mathbf{66}$

b) $a = 7, \quad n = \mathbf{51}$

c) $a = 3, \quad n = \mathbf{11}$

d) $a = 4, \quad n = \mathbf{18}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $6^{22} + 5^{22}, \quad \mathbf{61}$

b) $44^{13} - 3^{13}, \quad \mathbf{41}$

c) $51^{16} - 2^{16}, \quad \mathbf{53}$

d) $6^{17} + 5^{17}, \quad \mathbf{11}$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, siódmy i dwiętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = \mathbf{11}, \quad n = 15, \quad k = 20$

b) $m = 3, \quad n = \mathbf{11}, \quad k = 27$

c) $m = 3, \quad n = 7, \quad k = \mathbf{13}$

d) $m = 4, \quad n = 7, \quad k = \mathbf{11}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z dwoma litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i q podaj takie r , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20$, $q = 50$, $r = \mathbf{40}$
- b) $p = 30$, $q = 60$, $r = \mathbf{50}$
- c) $p = 10$, $q = 70$, $r = \mathbf{50}$
- d) $p = 20$, $q = 80$, $r = \mathbf{60}$

2. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z litrem roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i r podaj takie q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 10$, $r = 30$, $q = \mathbf{50}$
- b) $p = 20$, $r = 30$, $q = \mathbf{40}$
- c) $p = 20$, $r = 40$, $q = \mathbf{60}$
- d) $p = 30$, $r = 20$, $q = \mathbf{10}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

- a) $\text{NWD}(123400000075^2, 27000) = \mathbf{5^3 = 125}$
- b) $\text{NWD}(123400000008^2, 27000) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$
- c) $\text{NWD}(123400000006^2, 27000) = \mathbf{2^2 = 4}$
- d) $\text{NWD}(123400000009^2, 27000) = \mathbf{1}$

4. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^2 n^3 = k$.

a) $k = 2^3 \cdot 3^7, \quad m = \mathbf{3^2 = 9}, \quad n = \mathbf{2 \cdot 3 = 6}$

b) $k = 2^7 \cdot 3^4, \quad m = \mathbf{2^2 \cdot 3^2 = 36}, \quad n = \mathbf{2}$

c) $k = 2^5 \cdot 3^7, \quad m = \mathbf{2 \cdot 3^2 = 18}, \quad n = \mathbf{2 \cdot 3 = 6}$

d) $k = 2^4 \cdot 3^5, \quad m = \mathbf{2^2 \cdot 3 = 12}, \quad n = \mathbf{3}$

5. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-5}$

b) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-4}$

c) $x = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-3}$

d) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{2}$

6. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{4/7}$

b) $x = \frac{1}{4 - 3\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{3/2}$

c) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{5}$

d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-2}$

7. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{1111} \cdot 3^{1001}$, $k = \mathbf{12}$

b) $n = 2^{2222} \cdot 3^{1004}$, $k = \mathbf{6}$

c) $n = 2^{3333} \cdot 3^{1009}$, $k = \mathbf{9}$

d) $n = 2^{4444} \cdot 3^{1016}$, $k = \mathbf{12}$

8. Dla podanych n , k , wskazać takie $m > k$, aby prawdziwa była równość

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{m}$$

Jeśli uważasz, że takiego m nie ma, napisz: *nie istnieje*.

a) $n = 333$, $k = 100$, $m = \mathbf{234}$

b) $n = 777$, $k = 300$, $m = \mathbf{478}$

c) $n = 555$, $k = 200$, $m = \mathbf{356}$

d) $n = 999$, $k = 500$, $m = \mathbf{\text{nie istnieje}}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k} + a_{3k})}{3}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 5$, $n = \mathbf{19}$

b) $k = 10$, $n = \mathbf{39}$

c) $k = 3$, $n = \mathbf{11}$

d) $k = 111$, $n = \mathbf{443}$

10. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^2}\right)^{a^{a^2}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 4$, $n = \mathbf{18}$

b) $a = 8$, $n = \mathbf{66}$

c) $a = 7$, $n = \mathbf{51}$

d) $a = 3$, $n = \mathbf{11}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $6^{17} + 5^{17}$, $\mathbf{11}$

b) $6^{22} + 5^{22}$, $\mathbf{61}$

c) $51^{16} - 2^{16}$, $\mathbf{53}$

d) $44^{13} - 3^{13}$, $\mathbf{41}$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, siódmy i dziewiętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = \mathbf{11}$, $n = 15$, $k = 20$

b) $m = 3$, $n = \mathbf{11}$, $k = 27$

c) $m = 4$, $n = 7$, $k = \mathbf{11}$

d) $m = 3$, $n = 7$, $k = \mathbf{13}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z dwoma litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i q podaj takie r , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20$, $q = 50$, $r = \mathbf{40}$
- b) $p = 10$, $q = 70$, $r = \mathbf{50}$
- c) $p = 20$, $q = 80$, $r = \mathbf{60}$
- d) $p = 30$, $q = 60$, $r = \mathbf{50}$

2. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z litrem roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i r podaj takie q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20$, $r = 40$, $q = \mathbf{60}$
- b) $p = 20$, $r = 30$, $q = \mathbf{40}$
- c) $p = 10$, $r = 30$, $q = \mathbf{50}$
- d) $p = 30$, $r = 20$, $q = \mathbf{10}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

- a) $\text{NWD}(123400000006^2, 27000) = \mathbf{2^2 = 4}$
- b) $\text{NWD}(123400000008^2, 27000) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$
- c) $\text{NWD}(123400000075^2, 27000) = \mathbf{5^3 = 125}$
- d) $\text{NWD}(123400000009^2, 27000) = \mathbf{1}$

4. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^2 n^3 = k$.

a) $k = 2^3 \cdot 3^7, \quad m = \mathbf{3^2 = 9}, \quad n = \mathbf{2 \cdot 3 = 6}$

b) $k = 2^5 \cdot 3^7, \quad m = \mathbf{2 \cdot 3^2 = 18}, \quad n = \mathbf{2 \cdot 3 = 6}$

c) $k = 2^7 \cdot 3^4, \quad m = \mathbf{2^2 \cdot 3^2 = 36}, \quad n = \mathbf{2}$

d) $k = 2^4 \cdot 3^5, \quad m = \mathbf{2^2 \cdot 3 = 12}, \quad n = \mathbf{3}$

5. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-3}$

b) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{2}$

c) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-5}$

d) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-4}$

6. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{4/7}$

b) $x = \frac{1}{4 - 3\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{3/2}$

c) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{5}$

d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + w\sqrt{2}, \quad w = \mathbf{-2}$

7. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 2^{2222} \cdot 3^{1004}$, $k = \mathbf{6}$
- b) $n = 2^{3333} \cdot 3^{1009}$, $k = \mathbf{9}$
- c) $n = 2^{1111} \cdot 3^{1001}$, $k = \mathbf{12}$
- d) $n = 2^{4444} \cdot 3^{1016}$, $k = \mathbf{12}$

8. Dla podanych n , k , wskazać takie $m > k$, aby prawdziwa była równość

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{m}$$

Jeśli uważasz, że takiego m nie ma, napisz: *nie istnieje*.

- a) $n = 999$, $k = 500$, $m = \mathbf{\text{nie istnieje}}$
- b) $n = 777$, $k = 300$, $m = \mathbf{478}$
- c) $n = 555$, $k = 200$, $m = \mathbf{356}$
- d) $n = 333$, $k = 100$, $m = \mathbf{234}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k} + a_{3k})}{3}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 5$, $n = \mathbf{19}$
- b) $k = 111$, $n = \mathbf{443}$
- c) $k = 3$, $n = \mathbf{11}$
- d) $k = 10$, $n = \mathbf{39}$

10. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^2}\right)^{a^{a^2}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 3, \quad n = \mathbf{11}$

b) $a = 8, \quad n = \mathbf{66}$

c) $a = 7, \quad n = \mathbf{51}$

d) $a = 4, \quad n = \mathbf{18}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $6^{22} + 5^{22}, \quad \mathbf{61}$

b) $51^{16} - 2^{16}, \quad \mathbf{53}$

c) $44^{13} - 3^{13}, \quad \mathbf{41}$

d) $6^{17} + 5^{17}, \quad \mathbf{11}$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, siódmy i dziewiętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = 3, \quad n = \mathbf{11}, \quad k = 27$

b) $m = 3, \quad n = 7, \quad k = \mathbf{13}$

c) $m = 4, \quad n = 7, \quad k = \mathbf{11}$

d) $m = \mathbf{11}, \quad n = 15, \quad k = 20$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z dwoma litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i q podaj takie r , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 10, \quad q = 70, \quad r = \mathbf{50}$
- b) $p = 20, \quad q = 80, \quad r = \mathbf{60}$
- c) $p = 30, \quad q = 60, \quad r = \mathbf{50}$
- d) $p = 20, \quad q = 50, \quad r = \mathbf{40}$

2. Po zmieszaniu litra roztworu pewnej substancji o stężeniu $p\%$ z litrem roztworu tejże substancji o stężeniu $q\%$ otrzymamy roztwór o stężeniu $r\%$. Dla podanych p i r podaj takie q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 20, \quad r = 40, \quad q = \mathbf{60}$
- b) $p = 10, \quad r = 30, \quad q = \mathbf{50}$
- c) $p = 30, \quad r = 20, \quad q = \mathbf{10}$
- d) $p = 20, \quad r = 30, \quad q = \mathbf{40}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

- a) $\text{NWD}(123400000075^2, 27000) = \mathbf{5^3 = 125}$
- b) $\text{NWD}(123400000008^2, 27000) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$
- c) $\text{NWD}(123400000009^2, 27000) = \mathbf{1}$
- d) $\text{NWD}(123400000006^2, 27000) = \mathbf{2^2 = 4}$

4. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^2 n^3 = k$.

- a) $k = 2^3 \cdot 3^7$, $m = 3^2 = 9$, $n = 2 \cdot 3 = 6$
- b) $k = 2^7 \cdot 3^4$, $m = 2^2 \cdot 3^2 = 36$, $n = 2$
- c) $k = 2^4 \cdot 3^5$, $m = 2^2 \cdot 3 = 12$, $n = 3$
- d) $k = 2^5 \cdot 3^7$, $m = 2 \cdot 3^2 = 18$, $n = 2 \cdot 3 = 6$

5. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

- a) $x = \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = -3$
- b) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = 2$
- c) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = -4$
- d) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2} + w\sqrt{2}$, $w = -5$

6. Podać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

- a) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = 4/7$
- b) $x = \frac{1}{4 - 3\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = 3/2$
- c) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = 5$
- d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + w\sqrt{2}$, $w = -2$

7. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{4444} \cdot 3^{1016}$, $k = \mathbf{12}$

b) $n = 2^{2222} \cdot 3^{1004}$, $k = \mathbf{6}$

c) $n = 2^{3333} \cdot 3^{1009}$, $k = \mathbf{9}$

d) $n = 2^{1111} \cdot 3^{1001}$, $k = \mathbf{12}$

8. Dla podanych n , k , wskazać takie $m > k$, aby prawdziwa była równość

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{m}$$

Jeśli uważasz, że takiego m nie ma, napisz: *nie istnieje*.

a) $n = 999$, $k = 500$, $m = \mathbf{\text{nie istnieje}}$

b) $n = 777$, $k = 300$, $m = \mathbf{478}$

c) $n = 555$, $k = 200$, $m = \mathbf{356}$

d) $n = 333$, $k = 100$, $m = \mathbf{234}$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k} + a_{3k})}{3}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 111$, $n = \mathbf{443}$

b) $k = 3$, $n = \mathbf{11}$

c) $k = 5$, $n = \mathbf{19}$

d) $k = 10$, $n = \mathbf{39}$

10. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^2}\right)^{a^{a^2}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 4$, $n = \mathbf{18}$

b) $a = 3$, $n = \mathbf{11}$

c) $a = 8$, $n = \mathbf{66}$

d) $a = 7$, $n = \mathbf{51}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $6^{22} + 5^{22}$, $\mathbf{61}$

b) $6^{17} + 5^{17}$, $\mathbf{11}$

c) $44^{13} - 3^{13}$, $\mathbf{41}$

d) $51^{16} - 2^{16}$, $\mathbf{53}$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, siódmy i dwiętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = 3$, $n = 7$, $k = \mathbf{13}$

b) $m = 3$, $n = \mathbf{11}$, $k = 27$

c) $m = \mathbf{11}$, $n = 15$, $k = 20$

d) $m = 4$, $n = 7$, $k = \mathbf{11}$