

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Jeżeli pole powierzchni całkowitej sześcianu S jest większe od pola powierzchni całkowitej sześcianu T o $p\%$, to objętość sześcianu S jest większa od objętości sześcianu T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę naturalną q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- b) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- c) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$
- d) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$

2. Potęgą nazwiemy każdą liczbę postaci a^b , gdzie a , b są liczbami naturalnymi większymi od 1. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest potęgą.

- a) $n = 2^{17} \cdot 3^{23}$, $k = \mathbf{6}$
- b) $n = 2^{22} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{3}$
- c) $n = 2^{17} \cdot 3^{22}$, $k = \mathbf{2}$
- d) $n = 2^{17} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{4}$

3. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba $\sqrt[k]{n^n}$ jest całkowita.

- a) $n = 27$, $k = \mathbf{81}$
- b) $n = 25$, $k = \mathbf{50}$
- c) $n = 400$, $k = \mathbf{800}$
- d) $n = 32$, $k = \mathbf{160}$

4. Dla podanej liczby a i podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\log_x(2x) = a$.

a) $a = 3, \quad x = \sqrt{2}$

b) $a = 1/2, \quad x = 1/4$

c) $a = -1, \quad x = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$

d) $a = 2, \quad x = 2$

5. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, +\infty)$

b) $f(x) = \log_x \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, 2)$

c) $f(x) = \log_x \log_x (1/2), \quad D_f = (0, 1)$

d) $f(x) = \log_x \log_x \log_x (1/2), \quad D_f = (0, 1/2)$

6. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_{(x^3-27)}(x^3-8),$

$$D_f = (3, \sqrt[3]{28}) \cup (\sqrt[3]{28}, +\infty)$$

b) $f(x) = \log_{(x^3-8)}(x^3-27),$

$$D_f = (3, +\infty)$$

c) $f(x) = \log_{(x^2-4)}(x^2-9),$

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

d) $f(x) = \log_{(x^2-9)}(x^2-4),$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}, -3) \cup (3, \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, +\infty)$$

7. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 a\}$ oraz $\{\log_3 x\} = \{\log_3 b\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 15$, $b = 20$, $x = \mathbf{60}$
- b) $a = 20$, $b = 15$, $x = \mathbf{5}$
- c) $a = 25$, $b = 600$, $x = \mathbf{200}$
- d) $a = 600$, $b = 25$, $x = \mathbf{75}$

8. Dla podanej liczby a podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $x > 1$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_4 a\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 32$, $x = \sqrt{\mathbf{2}}$
- b) $a = 18$, $x = \mathbf{3\sqrt{2}/4}$
- c) $a = 10$, $x = \sqrt{\mathbf{10}}/2$
- d) $a = 9$, $x = \mathbf{3/2}$

9. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

- a) $n = 5$, $\alpha = \mathbf{30^\circ}$
- b) $n = 3$, $\alpha = \mathbf{45^\circ}$
- c) $n = 2$, $\alpha = \mathbf{60^\circ}$
- d) $n = 4$, $\alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanych nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $0 < |x^2 - 65| < 16$, $(-9, -\sqrt{65}) \cup (-\sqrt{65}, -7) \cup (7, \sqrt{65}) \cup (\sqrt{65}, 9)$
- b) $16 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -9) \cup (-7, 7) \cup (9, +\infty)$
- c) $16 < |x^2 - 65| < 56$, $(-11, -9) \cup (-7, -3) \cup (3, 7) \cup (9, 11)$
- d) $56 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -11) \cup (-3, 3) \cup (11, +\infty)$

11. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{32} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(32\sqrt[7]{2}, 128)$, $(1/35, 2/5)$
- b) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, 1/10) \cup (4/5, 1)$
- c) $(2, 64)$, $[0, 1/5) \cup (1/5, 1)$
- d) $(4, 32\sqrt{2})$, $[0, 1/10) \cup (2/5, 1)$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2015-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, drugi i n -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny, także wyrazy pierwszy, trzeci i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Dla podanej liczby n podać taką liczbę naturalną k , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 5$, $k = 13$
- b) $n = 6$, $k = 17$
- c) $n = 7$, $k = 21$
- d) $n = 4$, $k = 9$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Jeżeli pole powierzchni całkowitej sześcianu S jest większe od pola powierzchni całkowitej sześcianu T o $p\%$, to objętość sześcianu S jest większa od objętości sześcianu T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę naturalną q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$
- b) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- c) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- d) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$

2. Potęgą nazwiemy każdą liczbę postaci a^b , gdzie a , b są liczbami naturalnymi większymi od 1. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest potęgą.

- a) $n = 2^{17} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{4}$
- b) $n = 2^{17} \cdot 3^{22}$, $k = \mathbf{2}$
- c) $n = 2^{17} \cdot 3^{23}$, $k = \mathbf{6}$
- d) $n = 2^{22} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{3}$

3. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba $\sqrt[k]{n^n}$ jest całkowita.

- a) $n = 400$, $k = \mathbf{800}$
- b) $n = 27$, $k = \mathbf{81}$
- c) $n = 25$, $k = \mathbf{50}$
- d) $n = 32$, $k = \mathbf{160}$

4. Dla podanej liczby a i podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\log_x(2x) = a$.

a) $a = 3, \quad x = \sqrt{2}$

b) $a = 2, \quad x = 2$

c) $a = -1, \quad x = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$

d) $a = 1/2, \quad x = 1/4$

5. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_x \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1/2)$

b) $f(x) = \log_x \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, 2)$

c) $f(x) = \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1)$

d) $f(x) = \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, +\infty)$

6. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_{(x^3-8)}(x^3-27),$

$$D_f = (3, +\infty)$$

b) $f(x) = \log_{(x^2-9)}(x^2-4),$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}, -3) \cup (3, \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, +\infty)$$

c) $f(x) = \log_{(x^3-27)}(x^3-8),$

$$D_f = (3, \sqrt[3]{28}) \cup (\sqrt[3]{28}, +\infty)$$

d) $f(x) = \log_{(x^2-4)}(x^2-9),$

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

7. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 a\}$ oraz $\{\log_3 x\} = \{\log_3 b\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 15, \quad b = 20, \quad x = \mathbf{60}$
- b) $a = 20, \quad b = 15, \quad x = \mathbf{5}$
- c) $a = 600, \quad b = 25, \quad x = \mathbf{75}$
- d) $a = 25, \quad b = 600, \quad x = \mathbf{200}$

8. Dla podanej liczby a podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $x > 1$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_4 a\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 9, \quad x = \mathbf{3/2}$
- b) $a = 18, \quad x = \mathbf{3\sqrt{2}/4}$
- c) $a = 10, \quad x = \mathbf{\sqrt{10}/2}$
- d) $a = 32, \quad x = \mathbf{\sqrt{2}}$

9. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

- a) $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$
- b) $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$
- c) $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$
- d) $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanych nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $56 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -\mathbf{11}) \cup (-\mathbf{3}, \mathbf{3}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$
- b) $0 < |x^2 - 65| < 16$, $(-\mathbf{9}, -\sqrt{\mathbf{65}}) \cup (-\sqrt{\mathbf{65}}, -\mathbf{7}) \cup (\mathbf{7}, \sqrt{\mathbf{65}}) \cup (\sqrt{\mathbf{65}}, \mathbf{9})$
- c) $16 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -\mathbf{9}) \cup (-\mathbf{7}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{9}, +\infty)$
- d) $16 < |x^2 - 65| < 56$, $(-\mathbf{11}, -\mathbf{9}) \cup (-\mathbf{7}, -\mathbf{3}) \cup (\mathbf{3}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{9}, \mathbf{11})$

11. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{32} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(4, 32\sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1}/\mathbf{10}) \cup (\mathbf{2}/\mathbf{5}, \mathbf{1})$
- b) $(32\sqrt[7]{2}, 128)$, $(\mathbf{1}/\mathbf{35}, \mathbf{2}/\mathbf{5})$
- c) $(2, 64)$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1}/\mathbf{5}) \cup (\mathbf{1}/\mathbf{5}, \mathbf{1})$
- d) $(1/2, \sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1}/\mathbf{10}) \cup (\mathbf{4}/\mathbf{5}, \mathbf{1})$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2015-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, drugi i n -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny, także wyrazy pierwszy, trzeci i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Dla podanej liczby n podać taką liczbę naturalną k , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 5$, $k = \mathbf{13}$
- b) $n = 6$, $k = \mathbf{17}$
- c) $n = 4$, $k = \mathbf{9}$
- d) $n = 7$, $k = \mathbf{21}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Jeżeli pole powierzchni całkowitej sześcianu S jest większe od pola powierzchni całkowitej sześcianu T o $p\%$, to objętość sześcianu S jest większa od objętości sześcianu T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę naturalną q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$
- b) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- c) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$
- d) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$

2. Potęgą nazwiemy każdą liczbę postaci a^b , gdzie a , b są liczbami naturalnymi większymi od 1. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest potęgą.

- a) $n = 2^{17} \cdot 3^{23}$, $k = \mathbf{6}$
- b) $n = 2^{17} \cdot 3^{22}$, $k = \mathbf{2}$
- c) $n = 2^{17} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{4}$
- d) $n = 2^{22} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{3}$

3. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba $\sqrt[k]{n^n}$ jest całkowita.

- a) $n = 25$, $k = \mathbf{50}$
- b) $n = 27$, $k = \mathbf{81}$
- c) $n = 400$, $k = \mathbf{800}$
- d) $n = 32$, $k = \mathbf{160}$

4. Dla podanej liczby a i podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\log_x(2x) = a$.

a) $a = 3, \quad x = \sqrt{2}$

b) $a = -1, \quad x = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$

c) $a = 2, \quad x = 2$

d) $a = 1/2, \quad x = 1/4$

5. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1)$

b) $f(x) = \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, +\infty)$

c) $f(x) = \log_x \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1/2)$

d) $f(x) = \log_x \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, 2)$

6. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_{(x^3-8)}(x^3-27),$

$$D_f = (3, +\infty)$$

b) $f(x) = \log_{(x^2-9)}(x^2-4),$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}, -3) \cup (3, \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, +\infty)$$

c) $f(x) = \log_{(x^3-27)}(x^3-8),$

$$D_f = (3, \sqrt[3]{28}) \cup (\sqrt[3]{28}, +\infty)$$

d) $f(x) = \log_{(x^2-4)}(x^2-9),$

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

7. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 a\}$ oraz $\{\log_3 x\} = \{\log_3 b\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 20$, $b = 15$, $x = \mathbf{5}$
- b) $a = 600$, $b = 25$, $x = \mathbf{75}$
- c) $a = 15$, $b = 20$, $x = \mathbf{60}$
- d) $a = 25$, $b = 600$, $x = \mathbf{200}$

8. Dla podanej liczby a podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $x > 1$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_4 a\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $a = 32$, $x = \sqrt{\mathbf{2}}$
- b) $a = 18$, $x = \mathbf{3}\sqrt{2}/4$
- c) $a = 10$, $x = \sqrt{\mathbf{10}}/2$
- d) $a = 9$, $x = \mathbf{3}/2$

9. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

- a) $n = 3$, $\alpha = \mathbf{45^\circ}$
- b) $n = 5$, $\alpha = \mathbf{30^\circ}$
- c) $n = 2$, $\alpha = \mathbf{60^\circ}$
- d) $n = 4$, $\alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanych nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $16 < |x^2 - 65| < 56$, $(-11, -9) \cup (-7, -3) \cup (3, 7) \cup (9, 11)$
- b) $0 < |x^2 - 65| < 16$, $(-9, -\sqrt{65}) \cup (-\sqrt{65}, -7) \cup (7, \sqrt{65}) \cup (\sqrt{65}, 9)$
- c) $16 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -9) \cup (-7, 7) \cup (9, +\infty)$
- d) $56 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -11) \cup (-3, 3) \cup (11, +\infty)$

11. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{32} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(32\sqrt[7]{2}, 128)$, $(1/35, 2/5)$
- b) $(2, 64)$, $[0, 1/5) \cup (1/5, 1)$
- c) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, 1/10) \cup (4/5, 1)$
- d) $(4, 32\sqrt{2})$, $[0, 1/10) \cup (2/5, 1)$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2015-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, drugi i n -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny, także wyrazy pierwszy, trzeci i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Dla podanej liczby n podać taką liczbę naturalną k , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 6$, $k = 17$
- b) $n = 7$, $k = 21$
- c) $n = 4$, $k = 9$
- d) $n = 5$, $k = 13$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Jeżeli pole powierzchni całkowitej sześcianu S jest większe od pola powierzchni całkowitej sześcianu T o $p\%$, to objętość sześcianu S jest większa od objętości sześcianu T o $q\%$. Dla podanej liczby p podać taką liczbę naturalną q , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $p = 300$, $q = \mathbf{700}$
- b) $p = 2400$, $q = \mathbf{12400}$
- c) $p = 800$, $q = \mathbf{2600}$
- d) $p = 1500$, $q = \mathbf{6300}$

2. Potęgą nazwiemy każdą liczbę postaci a^b , gdzie a , b są liczbami naturalnymi większymi od 1. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest potęgą.

- a) $n = 2^{17} \cdot 3^{23}$, $k = \mathbf{6}$
- b) $n = 2^{17} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{4}$
- c) $n = 2^{22} \cdot 3^{19}$, $k = \mathbf{3}$
- d) $n = 2^{17} \cdot 3^{22}$, $k = \mathbf{2}$

3. Dla podanej liczby n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba $\sqrt[k]{n^n}$ jest całkowita.

- a) $n = 400$, $k = \mathbf{800}$
- b) $n = 27$, $k = \mathbf{81}$
- c) $n = 32$, $k = \mathbf{160}$
- d) $n = 25$, $k = \mathbf{50}$

4. Dla podanej liczby a i podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\log_x(2x) = a$.

a) $a = 3, \quad x = \sqrt{2}$

b) $a = 2, \quad x = 2$

c) $a = 1/2, \quad x = 1/4$

d) $a = -1, \quad x = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$

5. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1)$

b) $f(x) = \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, +\infty)$

c) $f(x) = \log_x \log_x \log_x 2, \quad D_f = (1, 2)$

d) $f(x) = \log_x \log_x \log_x(1/2), \quad D_f = (0, 1/2)$

6. Zapisać dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $f(x) = \log_{(x^3-8)}(x^3-27),$

$$D_f = (3, +\infty)$$

b) $f(x) = \log_{(x^2-9)}(x^2-4),$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}, -3) \cup (3, \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, +\infty)$$

c) $f(x) = \log_{(x^3-27)}(x^3-8),$

$$D_f = (3, \sqrt[3]{28}) \cup (\sqrt[3]{28}, +\infty)$$

d) $f(x) = \log_{(x^2-4)}(x^2-9),$

$$D_f = (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$$

7. Dla podanych liczb a i b podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią x , że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 a\}$ oraz $\{\log_3 x\} = \{\log_3 b\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

a) $a = 25$, $b = 600$, $x = \mathbf{200}$

b) $a = 20$, $b = 15$, $x = \mathbf{5}$

c) $a = 600$, $b = 25$, $x = \mathbf{75}$

d) $a = 15$, $b = 20$, $x = \mathbf{60}$

8. Dla podanej liczby a podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $x > 1$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_4 a\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

a) $a = 32$, $x = \sqrt{\mathbf{2}}$

b) $a = 18$, $x = \mathbf{3}\sqrt{2}/4$

c) $a = 10$, $x = \sqrt{\mathbf{10}}/2$

d) $a = 9$, $x = \mathbf{3}/2$

9. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

a) $n = 5$, $\alpha = \mathbf{30^\circ}$

b) $n = 2$, $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $n = 3$, $\alpha = \mathbf{45^\circ}$

d) $n = 4$, $\alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanych nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $56 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -\mathbf{11}) \cup (-\mathbf{3}, \mathbf{3}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$
- b) $16 < |x^2 - 65| < 56$, $(-\mathbf{11}, -\mathbf{9}) \cup (-\mathbf{7}, -\mathbf{3}) \cup (\mathbf{3}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{9}, \mathbf{11})$
- c) $0 < |x^2 - 65| < 16$, $(-\mathbf{9}, -\sqrt{\mathbf{65}}) \cup (-\sqrt{\mathbf{65}}, -\mathbf{7}) \cup (\mathbf{7}, \sqrt{\mathbf{65}}) \cup (\sqrt{\mathbf{65}}, \mathbf{9})$
- d) $16 < |x^2 - 65|$, $(-\infty, -\mathbf{9}) \cup (-\mathbf{7}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{9}, +\infty)$

11. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{32} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(32\sqrt[7]{2}, 128)$, $(\mathbf{1/35}, \mathbf{2/5})$
- b) $(4, 32\sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/10}) \cup (\mathbf{2/5}, \mathbf{1})$
- c) $(1/2, \sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/10}) \cup (\mathbf{4/5}, \mathbf{1})$
- d) $(2, 64)$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/5}) \cup (\mathbf{1/5}, \mathbf{1})$

12. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2015-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, drugi i n -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny, także wyrazy pierwszy, trzeci i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Dla podanej liczby n podać taką liczbę naturalną k , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 7$, $k = \mathbf{21}$
- b) $n = 6$, $k = \mathbf{17}$
- c) $n = 5$, $k = \mathbf{13}$
- d) $n = 4$, $k = \mathbf{9}$