

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną p nazwiemy *kławą*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne m, n , że liczba m^2 jest mniejsza od liczby n^2 o $p\%$. Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *kławą* $p > k$.

a) $k = 11$, $p = \dots\dots\dots$

b) $k = 22$, $p = \dots\dots\dots$

c) $k = 44$, $p = \dots\dots\dots$

d) $k = 66$, $p = \dots\dots\dots$

2. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_4 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(64\sqrt[5]{2}, 128\sqrt{2})$, $\dots\dots\dots$

b) $(32\sqrt[5]{2}, 64\sqrt{2})$, $\dots\dots\dots$

c) $(8, 32)$, $\dots\dots\dots$

d) $(1/2, \sqrt{2})$, $\dots\dots\dots$

3. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 zachodzi równość $a_k = w$.

Dla podanej liczby n podać takie liczby k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby k, w o żądanej własności nie istnieją.

a) $n = 10$, $k = \dots\dots\dots$, $w = \dots\dots\dots$

b) $n = 5$, $k = \dots\dots\dots$, $w = \dots\dots\dots$

c) $n = 25$, $k = \dots\dots\dots$, $w = \dots\dots\dots$

d) $n = 15$, $k = \dots\dots\dots$, $w = \dots\dots\dots$

4. Liczbę naturalną d nazwiemy *interesującą*, jeżeli dla dowolnej liczby naturalnej n , reszta z dzielenia liczby n przez d jest równa reszcie z dzielenia trzycyfrowej końcówki liczby n przez d . Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *interesującą* $d > k$.

- a) $k = 55$, $d =$
- b) $k = 22$, $d =$
- c) $k = 33$, $d =$
- d) $k = 44$, $d =$

5. To samo pytanie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $k = 111$, $d =$
- b) $k = 222$, $d =$
- c) $k = 166$, $d =$
- d) $k = 277$, $d =$

6. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

- a) $n = 1234567892015000048^{50}$, $k =$
- b) $n = 1234567892015000040^{33}$, $k =$
- c) $n = 1234567892015000027^{27}$, $k =$
- d) $n = 1234567892015000032^{40}$, $k =$

7. Dla podanej liczby d wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $49!$ jest podzielna przez d^k .

- a) $d = 25$, $k =$
- b) $d = 35$, $k =$
- c) $d = 77$, $k =$
- d) $d = 55$, $k =$

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 x - 7)^2 \cdot (\log_5 x - 3)^3 > 0$,

b) $(\log_2 x - 7)^3 \cdot (\log_5 x - 3)^2 > 0$,

c) $(\log_5 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$,

d) $(\log_2 x - 5) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$,

9. Dla podanego wyrażenia $W(n)$ oraz nierówności, podać takie trzy liczby n spełniające te nierówności, że liczba $W(n)$ jest złożona.

a) $W(n) = 3^n - 100$, $137 < n < 143$, $n \in \{ \dots \}$

b) $W(n) = 2^n - 27$, $17 < n < 25$, $n \in \{ \dots \}$

c) $W(n) = 10^n - 9$, $2 < n < 9$, $n \in \{ \dots \}$

d) $W(n) = 2^n - 25$, $4 < n < 11$, $n \in \{ \dots \}$

10. Dany jest 36-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{36}$. Podać miarę kąta

a) $\sphericalangle A_1 A_7 A_{11} = \dots$

b) $\sphericalangle A_1 A_{11} A_7 = \dots$

c) $\sphericalangle A_1 A_2 A_7 = \dots$

d) $\sphericalangle A_1 A_4 A_7 = \dots$

11. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

a) $\sphericalangle ABC = 160^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots$

b) $\sphericalangle ABC = 20^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots$

c) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots$

d) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(27/8) < 3$,
- b) $\log_x(27/8) > -1$,
- c) $\log_x(27/8) < -3$,
- d) $\log_x(27/8) > 1$,

13. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 3, \quad b = 5, \quad c \in$
- b) $a = 2, \quad b = 5, \quad c \in$
- c) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in$
- d) $a = 4, \quad b = 5, \quad c \in$

14. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 2, \quad b = 5, \quad c \in$
- b) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in$
- c) $a = 4, \quad b = 5, \quad c \in$
- d) $a = 3, \quad b = 5, \quad c \in$

15. Dla podanej liczby n podać takie liczby naturalne a, b, c **większe od 1**, że $n^n = a^{b^c}$, a przy tym liczba a jest możliwie **najmniejsza**.

- a) $n = 72, \quad a = \dots, \quad b = \dots, \quad c = \dots$
- b) $n = 500, \quad a = \dots, \quad b = \dots, \quad c = \dots$
- c) $n = 216 = 6^3, \quad a = \dots, \quad b = \dots, \quad c = \dots$
- d) $n = 200, \quad a = \dots, \quad b = \dots, \quad c = \dots$