

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną p nazwiemy *klawą*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne m, n , że liczba m^2 jest mniejsza od liczby n^2 o $p\%$. Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *kławą* $p > k$.

- a) $k = 11$, $p = \mathbf{19}$
- b) $k = 22$, $p = \mathbf{36}$
- c) $k = 44$, $p = \mathbf{51}$
- d) $k = 66$, $p = \mathbf{75}$

2. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_4 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(64\sqrt[5]{2}, 128\sqrt{2})$, $(\mathbf{1/10}, \mathbf{3/4})$
- b) $(32\sqrt[5]{2}, 64\sqrt{2})$, $[0, \mathbf{1/4}) \cup (\mathbf{3/5}, \mathbf{1})$
- c) $(8, 32)$, $[0, \mathbf{1/2}) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$
- d) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, \mathbf{1/4}) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$

3. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 zachodzi równość $a_k = w$.

Dla podanej liczby n podać takie liczby k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby k, w o żądanej własności nie istnieją.

- a) $n = 10$, $k = \mathbf{NIE}$, $w = \mathbf{NIE}$
- b) $n = 5$, $k = \mathbf{3}$, $w = \mathbf{60}$
- c) $n = 25$, $k = \mathbf{13}$, $w = \mathbf{12}$
- d) $n = 15$, $k = \mathbf{8}$, $w = \mathbf{20}$

4. Liczbę naturalną d nazwiemy *interesującą*, jeżeli dla dowolnej liczby naturalnej n , reszta z dzielenia liczby n przez d jest równa reszcie z dzielenia trzycyfrowej końcówki liczby n przez d . Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *interesującą* $d > k$.

- a) $k = 55$, $d = \mathbf{100}$
- b) $k = 22$, $d = \mathbf{25}$
- c) $k = 33$, $d = \mathbf{40}$
- d) $k = 44$, $d = \mathbf{50}$

5. To samo pytanie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $k = 111$, $d = \mathbf{125}$
- b) $k = 222$, $d = \mathbf{250}$
- c) $k = 166$, $d = \mathbf{200}$
- d) $k = 277$, $d = \mathbf{500}$

6. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

- a) $n = 1234567892015000048^{50}$, $k = \mathbf{40}$
- b) $n = 1234567892015000040^{33}$, $k = \mathbf{19}$
- c) $n = 1234567892015000027^{27}$, $k = \mathbf{0}$
- d) $n = 1234567892015000032^{40}$, $k = \mathbf{40}$

7. Dla podanej liczby d wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $49!$ jest podzielna przez d^k .

- a) $d = 25$, $k = \mathbf{5}$
- b) $d = 35$, $k = \mathbf{8}$
- c) $d = 77$, $k = \mathbf{4}$
- d) $d = 55$, $k = \mathbf{4}$

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 7)^2 \cdot (\log_5 x - 3)^3 > 0$, **(125, 128) $\cup$ (128, $+\infty$)**
- b) $(\log_2 x - 7)^3 \cdot (\log_5 x - 3)^2 > 0$, **(128, $+\infty$)**
- c) $(\log_5 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, **(0, 25) $\cup$ (27, $+\infty$)**
- d) $(\log_2 x - 5) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, **(0, 27) $\cup$ (32, $+\infty$)**

9. Dla podanego wyrażenia $W(n)$ oraz nierówności, podać takie trzy liczby n spełniające te nierówności, że liczba $W(n)$ jest złożona.

- a) $W(n) = 3^n - 100$, $137 < n < 143$, $n \in \{\mathbf{138, 140, 142}\}$
- b) $W(n) = 2^n - 27$, $17 < n < 25$, $n \in \{\mathbf{18, 21, 24}\}$
- c) $W(n) = 10^n - 9$, $2 < n < 9$, $n \in \{\mathbf{4, 6, 8}\}$
- d) $W(n) = 2^n - 25$, $4 < n < 11$, $n \in \{\mathbf{6, 8, 10}\}$

10. Dany jest 36-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{36}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_1 A_7 A_{11} = \mathbf{130^\circ}$
- b) $\sphericalangle A_1 A_{11} A_7 = \mathbf{30^\circ}$
- c) $\sphericalangle A_1 A_2 A_7 = \mathbf{150^\circ}$
- d) $\sphericalangle A_1 A_4 A_7 = \mathbf{150^\circ}$

11. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 160^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{40^\circ}$
- b) $\sphericalangle ABC = 20^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{40^\circ}$
- c) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{100^\circ}$
- d) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{160^\circ}$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(27/8) < 3$, $(0, 1) \cup (3/2, +\infty)$
- b) $\log_x(27/8) > -1$, $(0, 8/27) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(27/8) < -3$, $(2/3, 1)$
- d) $\log_x(27/8) > 1$, $(1, 27/8)$

13. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 8)$
- b) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, 7)$
- c) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, 7)$
- d) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 9)$

14. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, \sqrt{21}) \cup (\sqrt{29}, 7)$
- b) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, \sqrt{7}) \cup (5, 7)$
- c) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 3) \cup (\sqrt{41}, 9)$
- d) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 4) \cup (\sqrt{34}, 8)$

15. Dla podanej liczby n podać takie liczby naturalne a, b, c **większe od 1**, że $n^n = a^{b^c}$, a przy tym liczba a jest możliwie **najmniejsza**.

- a) $n = 72$, $a = 72^2$, $b = 6$, $c = 2$
- b) $n = 500$, $a = 500^4$, $b = 5$, $c = 3$
- c) $n = 216 = 6^3$, $a = 6^2 = 36$, $b = 18$, $c = 2$
- d) $n = 200$, $a = 200^2 = 40000$, $b = 10$, $c = 2$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną p nazwiemy *klawą*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne m, n , że liczba m^2 jest mniejsza od liczby n^2 o $p\%$. Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *kławą* $p > k$.

- a) $k = 44$, $p = \mathbf{51}$
- b) $k = 22$, $p = \mathbf{36}$
- c) $k = 11$, $p = \mathbf{19}$
- d) $k = 66$, $p = \mathbf{75}$

2. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_4 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, 1/4) \cup (1/2, 1)$
- b) $(8, 32)$, $[0, 1/2) \cup (1/2, 1)$
- c) $(64\sqrt[5]{2}, 128\sqrt{2})$, $(1/10, 3/4)$
- d) $(32\sqrt[5]{2}, 64\sqrt{2})$, $[0, 1/4) \cup (3/5, 1)$

3. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 zachodzi równość $a_k = w$.

Dla podanej liczby n podać takie liczby k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby k, w o żądanej własności nie istnieją.

- a) $n = 25$, $k = \mathbf{13}$, $w = \mathbf{12}$
- b) $n = 10$, $k = \mathbf{NIE}$, $w = \mathbf{NIE}$
- c) $n = 5$, $k = \mathbf{3}$, $w = \mathbf{60}$
- d) $n = 15$, $k = \mathbf{8}$, $w = \mathbf{20}$

4. Liczbę naturalną d nazwiemy *interesującą*, jeżeli dla dowolnej liczby naturalnej n , reszta z dzielenia liczby n przez d jest równa reszcie z dzielenia trzycyfrowej końcówki liczby n przez d . Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *interesującą* $d > k$.

- a) $k = 55$, $d = \mathbf{100}$
- b) $k = 44$, $d = \mathbf{50}$
- c) $k = 33$, $d = \mathbf{40}$
- d) $k = 22$, $d = \mathbf{25}$

5. To samo pytanie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $k = 277$, $d = \mathbf{500}$
- b) $k = 222$, $d = \mathbf{250}$
- c) $k = 166$, $d = \mathbf{200}$
- d) $k = 111$, $d = \mathbf{125}$

6. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

- a) $n = 1234567892015000040^{33}$, $k = \mathbf{19}$
- b) $n = 1234567892015000032^{40}$, $k = \mathbf{40}$
- c) $n = 1234567892015000048^{50}$, $k = \mathbf{40}$
- d) $n = 1234567892015000027^{27}$, $k = \mathbf{0}$

7. Dla podanej liczby d wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $49!$ jest podzielna przez d^k .

- a) $d = 25$, $k = \mathbf{5}$
- b) $d = 35$, $k = \mathbf{8}$
- c) $d = 55$, $k = \mathbf{4}$
- d) $d = 77$, $k = \mathbf{4}$

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 5) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(0, 27) \cup (32, +\infty)$
- b) $(\log_2 x - 7)^3 \cdot (\log_5 x - 3)^2 > 0$, $(128, +\infty)$
- c) $(\log_5 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(0, 25) \cup (27, +\infty)$
- d) $(\log_2 x - 7)^2 \cdot (\log_5 x - 3)^3 > 0$, $(125, 128) \cup (128, +\infty)$

9. Dla podanego wyrażenia $W(n)$ oraz nierówności, podać takie trzy liczby n spełniające te nierówności, że liczba $W(n)$ jest złożona.

- a) $W(n) = 2^n - 27$, $17 < n < 25$, $n \in \{18, 21, 24\}$
- b) $W(n) = 2^n - 25$, $4 < n < 11$, $n \in \{6, 8, 10\}$
- c) $W(n) = 10^n - 9$, $2 < n < 9$, $n \in \{4, 6, 8\}$
- d) $W(n) = 3^n - 100$, $137 < n < 143$, $n \in \{138, 140, 142\}$

10. Dany jest 36-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{36}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_1 A_4 A_7 = 150^\circ$
- b) $\sphericalangle A_1 A_7 A_{11} = 130^\circ$
- c) $\sphericalangle A_1 A_{11} A_7 = 30^\circ$
- d) $\sphericalangle A_1 A_2 A_7 = 150^\circ$

11. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = 160^\circ$
- b) $\sphericalangle ABC = 160^\circ$, $\sphericalangle AOC = 40^\circ$
- c) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = 100^\circ$
- d) $\sphericalangle ABC = 20^\circ$, $\sphericalangle AOC = 40^\circ$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(27/8) < 3$, $(0, 1) \cup (3/2, +\infty)$
- b) $\log_x(27/8) > -1$, $(0, 8/27) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(27/8) > 1$, $(1, 27/8)$
- d) $\log_x(27/8) < -3$, $(2/3, 1)$

13. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, 7)$
- b) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 8)$
- c) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 9)$
- d) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, 7)$

14. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, \sqrt{7}) \cup (5, 7)$
- b) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, \sqrt{21}) \cup (\sqrt{29}, 7)$
- c) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 3) \cup (\sqrt{41}, 9)$
- d) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 4) \cup (\sqrt{34}, 8)$

15. Dla podanej liczby n podać takie liczby naturalne a, b, c **większe od 1**, że $n^n = a^{b^c}$, a przy tym liczba a jest możliwie **najmniejsza**.

- a) $n = 216 = 6^3$, $a = 6^2 = 36$, $b = 18$, $c = 2$
- b) $n = 200$, $a = 200^2 = 40000$, $b = 10$, $c = 2$
- c) $n = 72$, $a = 72^2$, $b = 6$, $c = 2$
- d) $n = 500$, $a = 500^4$, $b = 5$, $c = 3$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną p nazwiemy *klawą*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne m, n , że liczba m^2 jest mniejsza od liczby n^2 o $p\%$. Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *kławą* $p > k$.

- a) $k = 44$, $p = \mathbf{51}$
- b) $k = 11$, $p = \mathbf{19}$
- c) $k = 66$, $p = \mathbf{75}$
- d) $k = 22$, $p = \mathbf{36}$

2. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_4 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(64\sqrt[5]{2}, 128\sqrt{2})$, $(\mathbf{1/10}, \mathbf{3/4})$
- b) $(8, 32)$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/2}) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$
- c) $(1/2, \sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/4}) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$
- d) $(32\sqrt[5]{2}, 64\sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/4}) \cup (\mathbf{3/5}, \mathbf{1})$

3. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 zachodzi równość $a_k = w$.

Dla podanej liczby n podać takie liczby k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby k, w o żądanej własności nie istnieją.

- a) $n = 5$, $k = \mathbf{3}$, $w = \mathbf{60}$
- b) $n = 10$, $k = \mathbf{NIE}$, $w = \mathbf{NIE}$
- c) $n = 25$, $k = \mathbf{13}$, $w = \mathbf{12}$
- d) $n = 15$, $k = \mathbf{8}$, $w = \mathbf{20}$

4. Liczbę naturalną d nazwiemy *interesującą*, jeżeli dla dowolnej liczby naturalnej n , reszta z dzielenia liczby n przez d jest równa reszcie z dzielenia trzycyfrowej końcówki liczby n przez d . Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *interesującą* $d > k$.

- a) $k = 55$, $d = \mathbf{100}$
- b) $k = 33$, $d = \mathbf{40}$
- c) $k = 44$, $d = \mathbf{50}$
- d) $k = 22$, $d = \mathbf{25}$

5. To samo pytanie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $k = 166$, $d = \mathbf{200}$
- b) $k = 111$, $d = \mathbf{125}$
- c) $k = 277$, $d = \mathbf{500}$
- d) $k = 222$, $d = \mathbf{250}$

6. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

- a) $n = 1234567892015000040^{33}$, $k = \mathbf{19}$
- b) $n = 1234567892015000032^{40}$, $k = \mathbf{40}$
- c) $n = 1234567892015000048^{50}$, $k = \mathbf{40}$
- d) $n = 1234567892015000027^{27}$, $k = \mathbf{0}$

7. Dla podanej liczby d wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $49!$ jest podzielna przez d^k .

- a) $d = 35$, $k = \mathbf{8}$
- b) $d = 55$, $k = \mathbf{4}$
- c) $d = 25$, $k = \mathbf{5}$
- d) $d = 77$, $k = \mathbf{4}$

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 7)^2 \cdot (\log_5 x - 3)^3 > 0$, $(125, 128) \cup (128, +\infty)$
- b) $(\log_2 x - 7)^3 \cdot (\log_5 x - 3)^2 > 0$, $(128, +\infty)$
- c) $(\log_5 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(0, 25) \cup (27, +\infty)$
- d) $(\log_2 x - 5) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(0, 27) \cup (32, +\infty)$

9. Dla podanego wyrażenia $W(n)$ oraz nierówności, podać takie trzy liczby n spełniające te nierówności, że liczba $W(n)$ jest złożona.

- a) $W(n) = 2^n - 27$, $17 < n < 25$, $n \in \{18, 21, 24\}$
- b) $W(n) = 3^n - 100$, $137 < n < 143$, $n \in \{138, 140, 142\}$
- c) $W(n) = 10^n - 9$, $2 < n < 9$, $n \in \{4, 6, 8\}$
- d) $W(n) = 2^n - 25$, $4 < n < 11$, $n \in \{6, 8, 10\}$

10. Dany jest 36-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{36}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_1 A_2 A_7 = 150^\circ$
- b) $\sphericalangle A_1 A_7 A_{11} = 130^\circ$
- c) $\sphericalangle A_1 A_{11} A_7 = 30^\circ$
- d) $\sphericalangle A_1 A_4 A_7 = 150^\circ$

11. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 160^\circ$, $\sphericalangle AOC = 40^\circ$
- b) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = 100^\circ$
- c) $\sphericalangle ABC = 20^\circ$, $\sphericalangle AOC = 40^\circ$
- d) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = 160^\circ$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(27/8) > -1$, $(0, 8/27) \cup (1, +\infty)$
- b) $\log_x(27/8) < -3$, $(2/3, 1)$
- c) $\log_x(27/8) > 1$, $(1, 27/8)$
- d) $\log_x(27/8) < 3$, $(0, 1) \cup (3/2, +\infty)$

13. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, 7)$
- b) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 9)$
- c) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 8)$
- d) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, 7)$

14. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, \sqrt{21}) \cup (\sqrt{29}, 7)$
- b) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 4) \cup (\sqrt{34}, 8)$
- c) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 3) \cup (\sqrt{41}, 9)$
- d) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, \sqrt{7}) \cup (5, 7)$

15. Dla podanej liczby n podać takie liczby naturalne a, b, c **większe od 1**, że $n^n = a^{b^c}$, a przy tym liczba a jest możliwie **najmniejsza**.

- a) $n = 216 = 6^3$, $a = 6^2 = 36$, $b = 18$, $c = 2$
- b) $n = 500$, $a = 500^4$, $b = 5$, $c = 3$
- c) $n = 72$, $a = 72^2$, $b = 6$, $c = 2$
- d) $n = 200$, $a = 200^2 = 40000$, $b = 10$, $c = 2$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną p nazwiemy *klawą*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne m, n , że liczba m^2 jest mniejsza od liczby n^2 o $p\%$. Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *kławą* $p > k$.

- a) $k = 11$, $p = \mathbf{19}$
- b) $k = 66$, $p = \mathbf{75}$
- c) $k = 22$, $p = \mathbf{36}$
- d) $k = 44$, $p = \mathbf{51}$

2. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_4 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(64\sqrt[5]{2}, 128\sqrt{2})$, $(\mathbf{1/10}, \mathbf{3/4})$
- b) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, 1/4) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$
- c) $(32\sqrt[5]{2}, 64\sqrt{2})$, $[0, 1/4) \cup (\mathbf{3/5}, \mathbf{1})$
- d) $(8, 32)$, $[0, \mathbf{1/2}) \cup (\mathbf{1/2}, \mathbf{1})$

3. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 zachodzi równość $a_k = w$.

Dla podanej liczby n podać takie liczby k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby k, w o żądanej własności nie istnieją.

- a) $n = 25$, $k = \mathbf{13}$, $w = \mathbf{12}$
- b) $n = 10$, $k = \mathbf{NIE}$, $w = \mathbf{NIE}$
- c) $n = 15$, $k = \mathbf{8}$, $w = \mathbf{20}$
- d) $n = 5$, $k = \mathbf{3}$, $w = \mathbf{60}$

4. Liczbę naturalną d nazwiemy *interesującą*, jeżeli dla dowolnej liczby naturalnej n , reszta z dzielenia liczby n przez d jest równa reszcie z dzielenia trzycyfrowej końcówki liczby n przez d . Dla podanej liczby k wskazać najmniejszą liczbę *interesującą* $d > k$.

- a) $k = 55$, $d = \mathbf{100}$
- b) $k = 44$, $d = \mathbf{50}$
- c) $k = 22$, $d = \mathbf{25}$
- d) $k = 33$, $d = \mathbf{40}$

5. To samo pytanie, co w zadaniu poprzednim.

- a) $k = 166$, $d = \mathbf{200}$
- b) $k = 111$, $d = \mathbf{125}$
- c) $k = 222$, $d = \mathbf{250}$
- d) $k = 277$, $d = \mathbf{500}$

6. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

- a) $n = 1234567892015000040^{33}$, $k = \mathbf{19}$
- b) $n = 1234567892015000032^{40}$, $k = \mathbf{40}$
- c) $n = 1234567892015000048^{50}$, $k = \mathbf{40}$
- d) $n = 1234567892015000027^{27}$, $k = \mathbf{0}$

7. Dla podanej liczby d wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $49!$ jest podzielna przez d^k .

- a) $d = 77$, $k = \mathbf{4}$
- b) $d = 35$, $k = \mathbf{8}$
- c) $d = 55$, $k = \mathbf{4}$
- d) $d = 25$, $k = \mathbf{5}$

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 7)^2 \cdot (\log_5 x - 3)^3 > 0$, $(\mathbf{125}, \mathbf{128}) \cup (\mathbf{128}, +\infty)$
- b) $(\log_2 x - 7)^3 \cdot (\log_5 x - 3)^2 > 0$, $(\mathbf{128}, +\infty)$
- c) $(\log_5 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(\mathbf{0}, \mathbf{25}) \cup (\mathbf{27}, +\infty)$
- d) $(\log_2 x - 5) \cdot (\log_3 x - 3) > 0$, $(\mathbf{0}, \mathbf{27}) \cup (\mathbf{32}, +\infty)$

9. Dla podanego wyrażenia $W(n)$ oraz nierówności, podać takie trzy liczby n spełniające te nierówności, że liczba $W(n)$ jest złożona.

- a) $W(n) = 3^n - 100$, $137 < n < 143$, $n \in \{\mathbf{138}, \mathbf{140}, \mathbf{142}\}$
- b) $W(n) = 10^n - 9$, $2 < n < 9$, $n \in \{\mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$
- c) $W(n) = 2^n - 27$, $17 < n < 25$, $n \in \{\mathbf{18}, \mathbf{21}, \mathbf{24}\}$
- d) $W(n) = 2^n - 25$, $4 < n < 11$, $n \in \{\mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}\}$

10. Dany jest 36-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{36}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_1 A_4 A_7 = \mathbf{150^\circ}$
- b) $\sphericalangle A_1 A_2 A_7 = \mathbf{150^\circ}$
- c) $\sphericalangle A_1 A_7 A_{11} = \mathbf{130^\circ}$
- d) $\sphericalangle A_1 A_{11} A_7 = \mathbf{30^\circ}$

11. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 160^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{40^\circ}$
- b) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{160^\circ}$
- c) $\sphericalangle ABC = 20^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{40^\circ}$
- d) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = \mathbf{100^\circ}$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(27/8) < -3$, $(2/3, 1)$
- b) $\log_x(27/8) > -1$, $(0, 8/27) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(27/8) < 3$, $(0, 1) \cup (3/2, +\infty)$
- d) $\log_x(27/8) > 1$, $(1, 27/8)$

13. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 9)$
- b) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 8)$
- c) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, 7)$
- d) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, 7)$

14. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 4$, $b = 5$, $c \in (1, 3) \cup (\sqrt{41}, 9)$
- b) $a = 3$, $b = 5$, $c \in (2, 4) \cup (\sqrt{34}, 8)$
- c) $a = 3$, $b = 4$, $c \in (1, \sqrt{7}) \cup (5, 7)$
- d) $a = 2$, $b = 5$, $c \in (3, \sqrt{21}) \cup (\sqrt{29}, 7)$

15. Dla podanej liczby n podać takie liczby naturalne a, b, c **większe od 1**, że $n^n = a^{b^c}$, a przy tym liczba a jest możliwie **najmniejsza**.

- a) $n = 200$, $a = 200^2 = 40000$, $b = 10$, $c = 2$
- b) $n = 500$, $a = 500^4$, $b = 5$, $c = 3$
- c) $n = 72$, $a = 72^2$, $b = 6$, $c = 2$
- d) $n = 216 = 6^3$, $a = 6^2 = 36$, $b = 18$, $c = 2$