

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Niech $A(n) = \sqrt[n]{n}$ oraz $B(n, k) = \log_{A(n)} A(k)$. Zapisać wartość podanej liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

- a) $B(4, 2) = 1$
- b) $B(16, 2) = 2$
- c) $B(16, 4) = 2$
- d) $B(27, 3) = 3$

2. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin 2\alpha = \cos \beta$.

- a) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 110^\circ$
- b) $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 50^\circ$
- c) $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 10^\circ$
- d) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 70^\circ$

3. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

- a) $n = 2^9 \cdot 3^5$, $k = 2^5 = 32$
- b) $n = 3^5 \cdot 5^3$, $k = 3^3 = 27$
- c) $n = 2^{13} \cdot 5^5$, $k = 2^7 = 128$
- d) $n = 5^5 \cdot 11^3$, $k = 5^3 = 125$

4. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_8 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(64\sqrt[7]{2}, 128)$, $(1/21, 1/3)$
- b) $(1/2, \sqrt{2})$, $[0, 1/6) \cup (2/3, 1)$
- c) $(2, 16)$, $[0, 1/3) \cup (1/3, 1)$
- d) $(4, 16\sqrt{2})$, $[0, 1/2) \cup (2/3, 1)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Niech $A(n) = \sqrt[n]{n}$ oraz $B(n, k) = \log_{A(n)} A(k)$. Zapisać wartość podanej liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $B(16, 4) = \mathbf{2}$

b) $B(16, 2) = \mathbf{2}$

c) $B(4, 2) = \mathbf{1}$

d) $B(27, 3) = \mathbf{3}$

2. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin 2\alpha = \cos \beta$.

a) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = \mathbf{70^\circ}$

b) $\alpha = 40^\circ$, $\beta = \mathbf{10^\circ}$

c) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = \mathbf{110^\circ}$

d) $\alpha = 70^\circ$, $\beta = \mathbf{50^\circ}$

3. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^{13} \cdot 5^5$, $k = \mathbf{2^7 = 128}$

b) $n = 2^9 \cdot 3^5$, $k = \mathbf{2^5 = 32}$

c) $n = 3^5 \cdot 5^3$, $k = \mathbf{3^3 = 27}$

d) $n = 5^5 \cdot 11^3$, $k = \mathbf{5^3 = 125}$

4. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_8 x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(64\sqrt[7]{2}, 128)$, $(\mathbf{1/21}, \mathbf{1/3})$

b) $(4, 16\sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/2}) \cup (\mathbf{2/3}, \mathbf{1})$

c) $(2, 16)$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/3}) \cup (\mathbf{1/3}, \mathbf{1})$

d) $(1/2, \sqrt{2})$, $[\mathbf{0}, \mathbf{1/6}) \cup (\mathbf{2/3}, \mathbf{1})$