

1. Dla podanej liczby naturalnej podać jej resztę z dzielenia przez 9.

a) 1234000000111 , reszta = **4**

b) 1234000000222 , reszta = **7**

c) 1234000000404 , reszta = **0**

d) 1234000000799 , reszta = **8**

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba kn jest większa od liczby n o $p\%$. Dla podanej liczby k podać takie p , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 100$, $p =$ **9900**

b) $k = 50$, $p =$ **4900**

c) $k = 20$, $p =$ **1900**

d) $k = 10$, $p =$ **900**

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 10% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli liczba dorosłych kobiet jest większa od liczby dorosłych mężczyzn

a) o 20%? **10%**

b) o 10%? **10%**

c) o 40%? **10%**

d) o 30%? **10%**

4. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

a) $a = 10, \quad b = 37, \quad c \in (27, 47)$

b) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in (1, 7)$

c) $a = 5, \quad b = 10, \quad c \in (5, 15)$

d) $a = 7, \quad b = 20, \quad c \in (13, 27)$

5. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}, \quad w = 2$

b) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}, \quad w = -5$

c) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2}, \quad w = -4$

d) $x = \sqrt{(9 - 7\sqrt{2})^2}, \quad w = -7$

6. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \frac{1}{9 - 7\sqrt{2}}, \quad w = 7/17$

b) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}, \quad w = 5$

c) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}, \quad w = -2$

d) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}}, \quad w = 4/7$

7. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(20!, 38) = \mathbf{38}$

b) $\text{NWD}(20!, 41) = \mathbf{1}$

c) $\text{NWD}(20!, 121) = \mathbf{11}$

d) $\text{NWD}(20!, 46) = \mathbf{2}$

8. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(4500, 4536) = \mathbf{36}$

b) $\text{NWD}(4000, 4036) = \mathbf{4}$

c) $\text{NWD}(3000, 3036) = \mathbf{12}$

d) $\text{NWD}(2000, 2036) = \mathbf{4}$

9. Podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (wyrażoną w stopniach) taką, że

a) $\sin \alpha = \sin 5\alpha, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

b) $\sin \alpha = \sin 3\alpha, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

c) $\sin \alpha = \sin 2\alpha, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

d) $\sin \alpha = \sin 4\alpha, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 \cdot (x-5)^5 > 0,$

$$(1, 2) \cup (2, 3) \cup (5, +\infty)$$

b) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 > 0,$

$$(-\infty, 1) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$$

c) $(x-1) \cdot (x-2)^2 > 0,$

$$(1, 2) \cup (2, +\infty)$$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 > 0,$

$$(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|x-10| < 11, \quad (-1, 21)$

b) $|x-4| < 2, \quad (2, 6)$

c) $|x-6| > 5, \quad (-\infty, 1) \cup (11, +\infty)$

d) $|x-8| > 8, \quad (-\infty, 0) \cup (16, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|\log_4 x| > 3, \quad (0, 1/64) \cup (64, +\infty)$

b) $|\log_3 x| < 4, \quad (1/81, 81)$

c) $|\log_2 x| > 5, \quad (0, 1/32) \cup (32, +\infty)$

d) $|\log_5 x| < 2, \quad (1/25, 25)$

13. Dany jest 15-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{15}$. Podać (w stopniach) miarę kąta.

a) $\sphericalangle A_1 A_3 A_{15} = 12^\circ$

b) $\sphericalangle A_1 A_6 A_{15} = 12^\circ$

c) $\sphericalangle A_1 A_2 A_{15} = 12^\circ$

d) $\sphericalangle A_1 A_5 A_{15} = 12^\circ$

14. Dany jest 18-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{18}$ wpisany w okrąg o promieniu 1. Dla podanej liczby n podać zbiór **wszystkich** takich liczb $k \in \{1, 2, 3, \dots, 18\}$, że cięciwa $A_n A_k$ ma długość 1.

a) $n = 18, \quad k \in \{3, 15\}$

b) $n = 1, \quad k \in \{4, 16\}$

c) $n = 10, \quad k \in \{7, 13\}$

d) $n = 2, \quad k \in \{5, 17\}$

15. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_4 8 = \log_9 x$, $x = \mathbf{27}$

b) $2 \cdot \log_x 8 = \log_3 27$, $x = \mathbf{4}$

c) $\log_4 9 = \log_x 81$, $x = \mathbf{16}$

d) $3 \cdot \log_{27} x = 2 \cdot \log_3 5$, $x = \mathbf{25}$

16. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{(\sqrt{5}+2)}(\sqrt{5}-2) = \mathbf{-1}$

b) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{3} = \mathbf{2/3}$

c) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = \mathbf{2/3}$

d) $\log_{(2-\sqrt{3})}(2+\sqrt{3}) = \mathbf{-1}$

17. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_4 3 \cdot \log_9 8 = \mathbf{3/4}$

b) $\log_{27} 32 \cdot \log_8 81 = \mathbf{20/9}$

c) $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$

d) $\log_{25} 27 \cdot \log_3 5 = \mathbf{3/2}$

18. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $Aa_1 + Ba_2$. Dla podanej liczby n podać takie liczby rzeczywiste A i B , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n = 5, \quad A = -5, \quad B = 10$

b) $n = 4, \quad A = -2, \quad B = 6$

c) $n = 6, \quad A = -9, \quad B = 15$

d) $n = 3, \quad A = 0, \quad B = 3$

19. Podać największą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 36}, \quad 1/11$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 33}, \quad 1/8$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 30}, \quad 1/5$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 27}, \quad 1/2$

20. Rozważamy wszystkie pary liczb rzeczywistych x, y spełniających nierówność $x^2 + y^2 \leq 2x$. Podać największą możliwą wartość wyrażenia:

a) $x, \quad 2$

b) $y, \quad 1$

c) $x^2 + y^2, \quad 4$

d) $x + y, \quad 1 + \sqrt{2}$

1. Dla podanej liczby naturalnej podać jej resztę z dzielenia przez 9.

a) 1234000000404 , reszta = **0**

b) 1234000000222 , reszta = **7**

c) 1234000000111 , reszta = **4**

d) 1234000000799 , reszta = **8**

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba kn jest większa od liczby n o $p\%$. Dla podanej liczby k podać takie p , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 10$, $p =$ **900**

b) $k = 20$, $p =$ **1900**

c) $k = 100$, $p =$ **9900**

d) $k = 50$, $p =$ **4900**

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 10% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli liczba dorosłych kobiet jest większa od liczby dorosłych mężczyzn

a) o 40%? **10%**

b) o 20%? **10%**

c) o 10%? **10%**

d) o 30%? **10%**

4. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

a) $a = 10, \quad b = 37, \quad c \in (27, 47)$

b) $a = 7, \quad b = 20, \quad c \in (13, 27)$

c) $a = 5, \quad b = 10, \quad c \in (5, 15)$

d) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in (1, 7)$

5. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \sqrt{(9 - 7\sqrt{2})^2}, \quad w = -7$

b) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}, \quad w = -5$

c) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2}, \quad w = -4$

d) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}, \quad w = 2$

6. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}, \quad w = 5$

b) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}}, \quad w = 4/7$

c) $x = \frac{1}{9 - 7\sqrt{2}}, \quad w = 7/17$

d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}, \quad w = -2$

7. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(20!, 38) = \mathbf{38}$

b) $\text{NWD}(20!, 41) = \mathbf{1}$

c) $\text{NWD}(20!, 46) = \mathbf{2}$

d) $\text{NWD}(20!, 121) = \mathbf{11}$

8. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(2000, 2036) = \mathbf{4}$

b) $\text{NWD}(4000, 4036) = \mathbf{4}$

c) $\text{NWD}(3000, 3036) = \mathbf{12}$

d) $\text{NWD}(4500, 4536) = \mathbf{36}$

9. Podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (wyrażoną w stopniach) taką, że

a) $\sin \alpha = \sin 3\alpha, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

b) $\sin \alpha = \sin 4\alpha, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

c) $\sin \alpha = \sin 2\alpha, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

d) $\sin \alpha = \sin 5\alpha, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 > 0,$

$$(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$$

b) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 \cdot (x-5)^5 > 0,$

$$(\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{2}, \mathbf{3}) \cup (\mathbf{5}, +\infty)$$

c) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 > 0,$

$$(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3}, \mathbf{4}) \cup (\mathbf{4}, +\infty)$$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 > 0,$

$$(\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{2}, +\infty)$$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|x-8| > 8, \quad (-\infty, \mathbf{0}) \cup (\mathbf{16}, +\infty)$

b) $|x-10| < 11, \quad (-\mathbf{1}, \mathbf{21})$

c) $|x-6| > 5, \quad (-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

d) $|x-4| < 2, \quad (\mathbf{2}, \mathbf{6})$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|\log_4 x| > 3, \quad (0, 1/64) \cup (64, +\infty)$

b) $|\log_3 x| < 4, \quad (1/81, 81)$

c) $|\log_5 x| < 2, \quad (1/25, 25)$

d) $|\log_2 x| > 5, \quad (0, 1/32) \cup (32, +\infty)$

13. Dany jest 15-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{15}$. Podać (w stopniach) miarę kąta.

a) $\sphericalangle A_1 A_6 A_{15} = 12^\circ$

b) $\sphericalangle A_1 A_3 A_{15} = 12^\circ$

c) $\sphericalangle A_1 A_5 A_{15} = 12^\circ$

d) $\sphericalangle A_1 A_2 A_{15} = 12^\circ$

14. Dany jest 18-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{18}$ wpisany w okrąg o promieniu 1. Dla podanej liczby n podać zbiór **wszystkich** takich liczb $k \in \{1, 2, 3, \dots, 18\}$, że cięciwa $A_n A_k$ ma długość 1.

a) $n = 1, \quad k \in \{4, 16\}$

b) $n = 18, \quad k \in \{3, 15\}$

c) $n = 10, \quad k \in \{7, 13\}$

d) $n = 2, \quad k \in \{5, 17\}$

15. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_4 9 = \log_x 81$, $x = \mathbf{16}$

b) $3 \cdot \log_{27} x = 2 \cdot \log_3 5$, $x = \mathbf{25}$

c) $\log_4 8 = \log_9 x$, $x = \mathbf{27}$

d) $2 \cdot \log_x 8 = \log_3 27$, $x = \mathbf{4}$

16. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{(2-\sqrt{3})} (2+\sqrt{3}) = \mathbf{-1}$

b) $\log_{(\sqrt{5}+2)} (\sqrt{5}-2) = \mathbf{-1}$

c) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = \mathbf{2/3}$

d) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{3} = \mathbf{2/3}$

17. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$

b) $\log_{27} 32 \cdot \log_8 81 = \mathbf{20/9}$

c) $\log_{25} 27 \cdot \log_3 5 = \mathbf{3/2}$

d) $\log_4 3 \cdot \log_9 8 = \mathbf{3/4}$

18. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $Aa_1 + Ba_2$. Dla podanej liczby n podać takie liczby rzeczywiste A i B , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 4, \quad A = -2, \quad B = 6$
- b) $n = 5, \quad A = -5, \quad B = 10$
- c) $n = 6, \quad A = -9, \quad B = 15$
- d) $n = 3, \quad A = 0, \quad B = 3$

19. Podać największą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

- a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 30}, \quad 1/5$
- b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 27}, \quad 1/2$
- c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 33}, \quad 1/8$
- d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 36}, \quad 1/11$

20. Rozważamy wszystkie pary liczb rzeczywistych x, y spełniających nierówność $x^2 + y^2 \leq 2x$. Podać największą możliwą wartość wyrażenia:

- a) $x^2 + y^2, \quad 4$
- b) $x + y, \quad 1 + \sqrt{2}$
- c) $y, \quad 1$
- d) $x, \quad 2$

1. Dla podanej liczby naturalnej podać jej resztę z dzielenia przez 9.

a) 1234000000404 , reszta = **0**

b) 1234000000111 , reszta = **4**

c) 1234000000799 , reszta = **8**

d) 1234000000222 , reszta = **7**

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba kn jest większa od liczby n o $p\%$. Dla podanej liczby k podać takie p , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 100$, $p =$ **9900**

b) $k = 20$, $p =$ **1900**

c) $k = 10$, $p =$ **900**

d) $k = 50$, $p =$ **4900**

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 10% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli liczba dorosłych kobiet jest większa od liczby dorosłych mężczyzn

a) o 10%? **10%**

b) o 20%? **10%**

c) o 40%? **10%**

d) o 30%? **10%**

4. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

a) $a = 10, \quad b = 37, \quad c \in (27, 47)$

b) $a = 5, \quad b = 10, \quad c \in (5, 15)$

c) $a = 7, \quad b = 20, \quad c \in (13, 27)$

d) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in (1, 7)$

5. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2}, \quad w = -4$

b) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}, \quad w = 2$

c) $x = \sqrt{(9 - 7\sqrt{2})^2}, \quad w = -7$

d) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}, \quad w = -5$

6. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}, \quad w = 5$

b) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}}, \quad w = 4/7$

c) $x = \frac{1}{9 - 7\sqrt{2}}, \quad w = 7/17$

d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}, \quad w = -2$

7. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(20!, 41) = \mathbf{1}$

b) $\text{NWD}(20!, 46) = \mathbf{2}$

c) $\text{NWD}(20!, 38) = \mathbf{38}$

d) $\text{NWD}(20!, 121) = \mathbf{11}$

8. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(4500, 4536) = \mathbf{36}$

b) $\text{NWD}(4000, 4036) = \mathbf{4}$

c) $\text{NWD}(3000, 3036) = \mathbf{12}$

d) $\text{NWD}(2000, 2036) = \mathbf{4}$

9. Podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (wyrażoną w stopniach) taką, że

a) $\sin \alpha = \sin 3\alpha, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

b) $\sin \alpha = \sin 5\alpha, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

c) $\sin \alpha = \sin 2\alpha, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

d) $\sin \alpha = \sin 4\alpha, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2)^2 > 0,$

$$(1, 2) \cup (2, +\infty)$$

b) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 \cdot (x-5)^5 > 0,$

$$(1, 2) \cup (2, 3) \cup (5, +\infty)$$

c) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 > 0,$

$$(-\infty, 1) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 > 0,$

$$(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|x-10| < 11, \quad (-1, 21)$

b) $|x-6| > 5, \quad (-\infty, 1) \cup (11, +\infty)$

c) $|x-4| < 2, \quad (2, 6)$

d) $|x-8| > 8, \quad (-\infty, 0) \cup (16, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

- a) $|\log_3 x| < 4, \quad (1/81, 81)$
- b) $|\log_2 x| > 5, \quad (0, 1/32) \cup (32, +\infty)$
- c) $|\log_5 x| < 2, \quad (1/25, 25)$
- d) $|\log_4 x| > 3, \quad (0, 1/64) \cup (64, +\infty)$

13. Dany jest 15-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{15}$. Podać (w stopniach) miarę kąta.

- a) $\sphericalangle A_1 A_2 A_{15} = 12^\circ$
- b) $\sphericalangle A_1 A_5 A_{15} = 12^\circ$
- c) $\sphericalangle A_1 A_3 A_{15} = 12^\circ$
- d) $\sphericalangle A_1 A_6 A_{15} = 12^\circ$

14. Dany jest 18-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{18}$ wpisany w okrąg o promieniu 1. Dla podanej liczby n podać zbiór **wszystkich** takich liczb $k \in \{1, 2, 3, \dots, 18\}$, że cięciwa $A_n A_k$ ma długość 1.

- a) $n = 18, \quad k \in \{3, 15\}$
- b) $n = 2, \quad k \in \{5, 17\}$
- c) $n = 10, \quad k \in \{7, 13\}$
- d) $n = 1, \quad k \in \{4, 16\}$

15. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_4 9 = \log_x 81$, $x = \mathbf{16}$

b) $2 \cdot \log_x 8 = \log_3 27$, $x = \mathbf{4}$

c) $\log_4 8 = \log_9 x$, $x = \mathbf{27}$

d) $3 \cdot \log_{27} x = 2 \cdot \log_3 5$, $x = \mathbf{25}$

16. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{(2-\sqrt{3})} (2+\sqrt{3}) = \mathbf{-1}$

b) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{3} = \mathbf{2/3}$

c) $\log_{(\sqrt{5}+2)} (\sqrt{5}-2) = \mathbf{-1}$

d) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = \mathbf{2/3}$

17. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{25} 27 \cdot \log_3 5 = \mathbf{3/2}$

b) $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$

c) $\log_4 3 \cdot \log_9 8 = \mathbf{3/4}$

d) $\log_{27} 32 \cdot \log_8 81 = \mathbf{20/9}$

18. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $Aa_1 + Ba_2$. Dla podanej liczby n podać takie liczby rzeczywiste A i B , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n = 6, \quad A = -9, \quad B = 15$

b) $n = 5, \quad A = -5, \quad B = 10$

c) $n = 4, \quad A = -2, \quad B = 6$

d) $n = 3, \quad A = 0, \quad B = 3$

19. Podać największą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 33}, \quad 1/8$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 27}, \quad 1/2$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 36}, \quad 1/11$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 30}, \quad 1/5$

20. Rozważamy wszystkie pary liczb rzeczywistych x, y spełniających nierówność $x^2 + y^2 \leq 2x$. Podać największą możliwą wartość wyrażenia:

a) $x + y, \quad 1 + \sqrt{2}$

b) $y, \quad 1$

c) $x^2 + y^2, \quad 4$

d) $x, \quad 2$

1. Dla podanej liczby naturalnej podać jej resztę z dzielenia przez 9.

a) 1234000000111 , reszta = **4**

b) 1234000000799 , reszta = **8**

c) 1234000000222 , reszta = **7**

d) 1234000000404 , reszta = **0**

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba kn jest większa od liczby n o $p\%$. Dla podanej liczby k podać takie p , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 100$, $p =$ **9900**

b) $k = 10$, $p =$ **900**

c) $k = 50$, $p =$ **4900**

d) $k = 20$, $p =$ **1900**

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 10% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli liczba dorosłych kobiet jest większa od liczby dorosłych mężczyzn

a) o 40%? **10%**

b) o 20%? **10%**

c) o 30%? **10%**

d) o 10%? **10%**

4. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

a) $a = 10, \quad b = 37, \quad c \in (27, 47)$

b) $a = 7, \quad b = 20, \quad c \in (13, 27)$

c) $a = 3, \quad b = 4, \quad c \in (1, 7)$

d) $a = 5, \quad b = 10, \quad c \in (5, 15)$

5. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2}, \quad w = -4$

b) $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}, \quad w = 2$

c) $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}, \quad w = -5$

d) $x = \sqrt{(9 - 7\sqrt{2})^2}, \quad w = -7$

6. Dla podanej liczby rzeczywistej x podać taką liczbę wymierną w , że $x + w\sqrt{2}$ jest liczbą wymierną.

a) $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}, \quad w = 5$

b) $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}}, \quad w = 4/7$

c) $x = \frac{1}{9 - 7\sqrt{2}}, \quad w = 7/17$

d) $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}, \quad w = -2$

7. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(20!, 121) = \mathbf{11}$

b) $\text{NWD}(20!, 41) = \mathbf{1}$

c) $\text{NWD}(20!, 46) = \mathbf{2}$

d) $\text{NWD}(20!, 38) = \mathbf{38}$

8. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

a) $\text{NWD}(4500, 4536) = \mathbf{36}$

b) $\text{NWD}(4000, 4036) = \mathbf{4}$

c) $\text{NWD}(3000, 3036) = \mathbf{12}$

d) $\text{NWD}(2000, 2036) = \mathbf{4}$

9. Podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (wyrażoną w stopniach) taką, że

a) $\sin \alpha = \sin 5\alpha, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

b) $\sin \alpha = \sin 2\alpha, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $\sin \alpha = \sin 3\alpha, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

d) $\sin \alpha = \sin 4\alpha, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 > 0,$

$$(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$$

b) $(x-1) \cdot (x-2)^2 > 0,$

$$(\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{2}, +\infty)$$

c) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 \cdot (x-5)^5 > 0,$

$$(\mathbf{1}, \mathbf{2}) \cup (\mathbf{2}, \mathbf{3}) \cup (\mathbf{5}, +\infty)$$

d) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 > 0,$

$$(-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3}, \mathbf{4}) \cup (\mathbf{4}, +\infty)$$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|x-10| < 11, \quad (-\mathbf{1}, \mathbf{21})$

b) $|x-8| > 8, \quad (-\infty, \mathbf{0}) \cup (\mathbf{16}, +\infty)$

c) $|x-4| < 2, \quad (\mathbf{2}, \mathbf{6})$

d) $|x-6| > 5, \quad (-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

a) $|\log_2 x| > 5, \quad (0, 1/32) \cup (32, +\infty)$

b) $|\log_3 x| < 4, \quad (1/81, 81)$

c) $|\log_4 x| > 3, \quad (0, 1/64) \cup (64, +\infty)$

d) $|\log_5 x| < 2, \quad (1/25, 25)$

13. Dany jest 15-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{15}$. Podać (w stopniach) miarę kąta.

a) $\sphericalangle A_1 A_5 A_{15} = 12^\circ$

b) $\sphericalangle A_1 A_3 A_{15} = 12^\circ$

c) $\sphericalangle A_1 A_6 A_{15} = 12^\circ$

d) $\sphericalangle A_1 A_2 A_{15} = 12^\circ$

14. Dany jest 18-kąt foremny $A_1 A_2 A_3 \dots A_{18}$ wpisany w okrąg o promieniu 1. Dla podanej liczby n podać zbiór **wszystkich** takich liczb $k \in \{1, 2, 3, \dots, 18\}$, że cięciwa $A_n A_k$ ma długość 1.

a) $n = 10, \quad k \in \{7, 13\}$

b) $n = 2, \quad k \in \{5, 17\}$

c) $n = 1, \quad k \in \{4, 16\}$

d) $n = 18, \quad k \in \{3, 15\}$

15. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $3 \cdot \log_{27} x = 2 \cdot \log_3 5$, $x = \mathbf{25}$

b) $2 \cdot \log_x 8 = \log_3 27$, $x = \mathbf{4}$

c) $\log_4 8 = \log_9 x$, $x = \mathbf{27}$

d) $\log_4 9 = \log_x 81$, $x = \mathbf{16}$

16. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = \mathbf{2/3}$

b) $\log_{(\sqrt{5}+2)} (\sqrt{5}-2) = \mathbf{-1}$

c) $\log_{(2-\sqrt{3})} (2+\sqrt{3}) = \mathbf{-1}$

d) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{3} = \mathbf{2/3}$

17. Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{27} 32 \cdot \log_8 81 = \mathbf{20/9}$

b) $\log_4 3 \cdot \log_9 8 = \mathbf{3/4}$

c) $\log_{45} 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$

d) $\log_{25} 27 \cdot \log_3 5 = \mathbf{3/2}$

18. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $Aa_1 + Ba_2$. Dla podanej liczby n podać takie liczby rzeczywiste A i B , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $n = 4, \quad A = -2, \quad B = 6$
- b) $n = 5, \quad A = -5, \quad B = 10$
- c) $n = 6, \quad A = -9, \quad B = 15$
- d) $n = 3, \quad A = 0, \quad B = 3$

19. Podać największą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

- a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 27}, \quad 1/2$
- b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 36}, \quad 1/11$
- c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 33}, \quad 1/8$
- d) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 30}, \quad 1/5$

20. Rozważamy wszystkie pary liczb rzeczywistych x, y spełniających nierówność $x^2 + y^2 \leq 2x$. Podać największą możliwą wartość wyrażenia:

- a) $x^2 + y^2, \quad 4$
- b) $x + y, \quad 1 + \sqrt{2}$
- c) $x, \quad 2$
- d) $y, \quad 1$